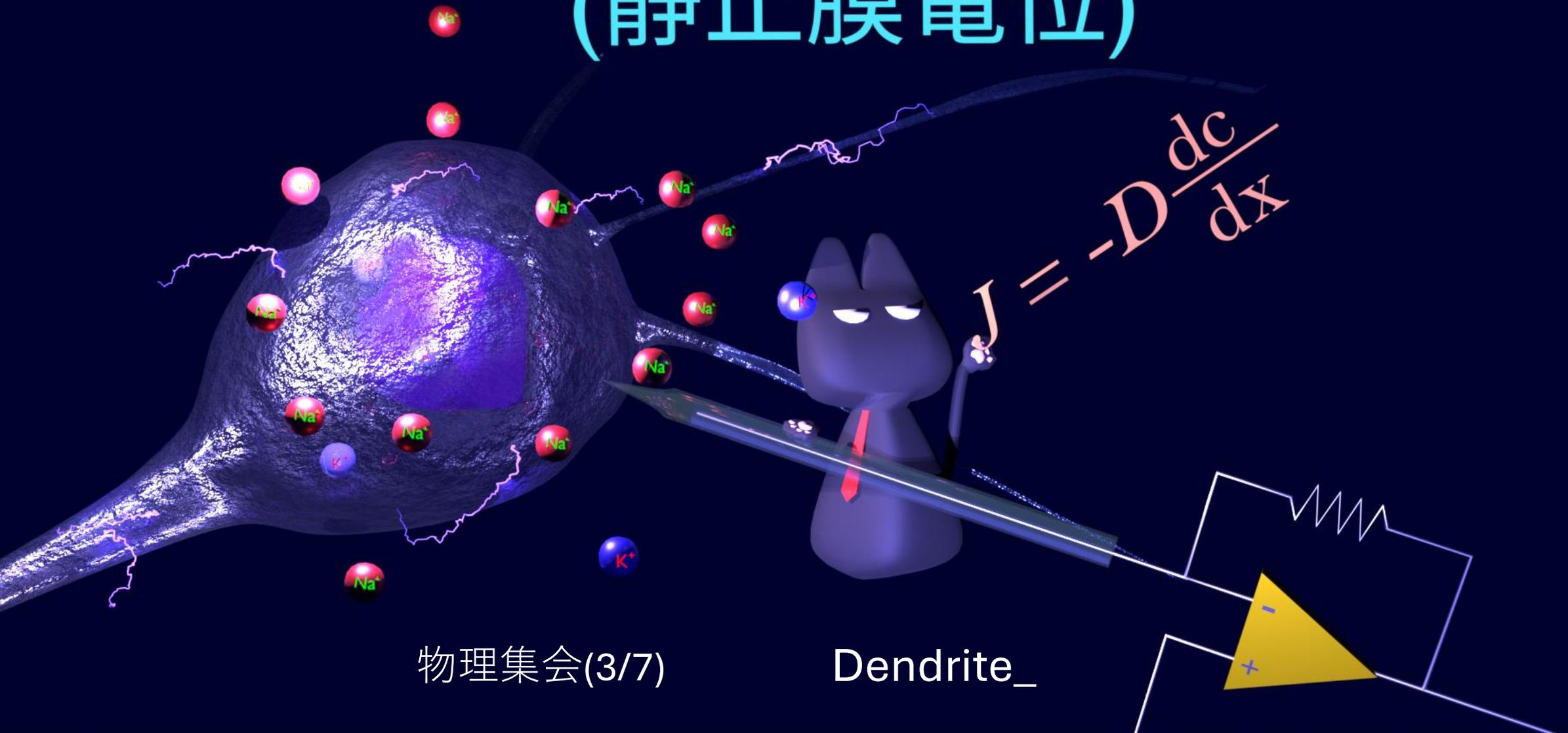


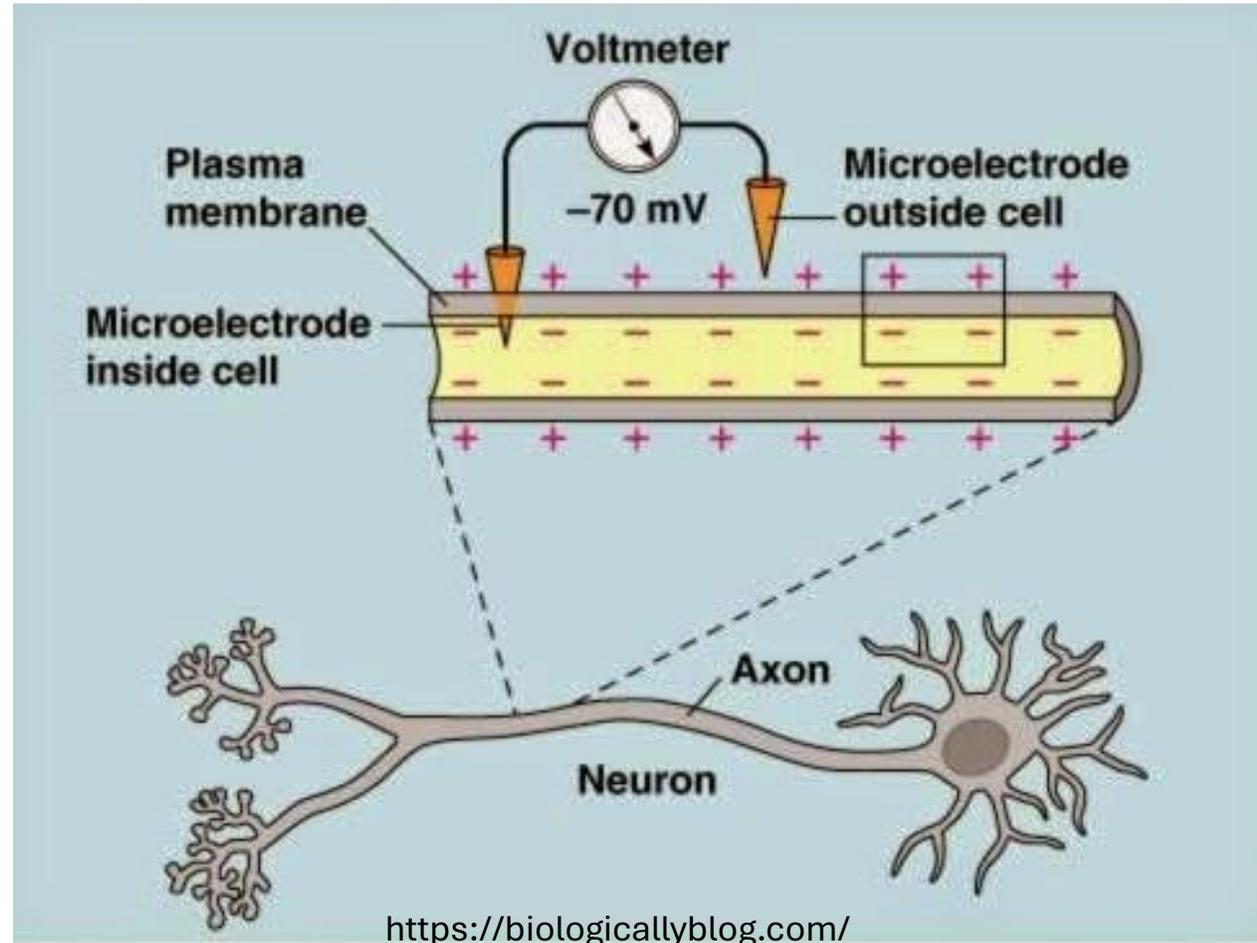
# 神経科学で使う物理学 (静止膜電位)



物理集会(3/7)

Dendrite\_

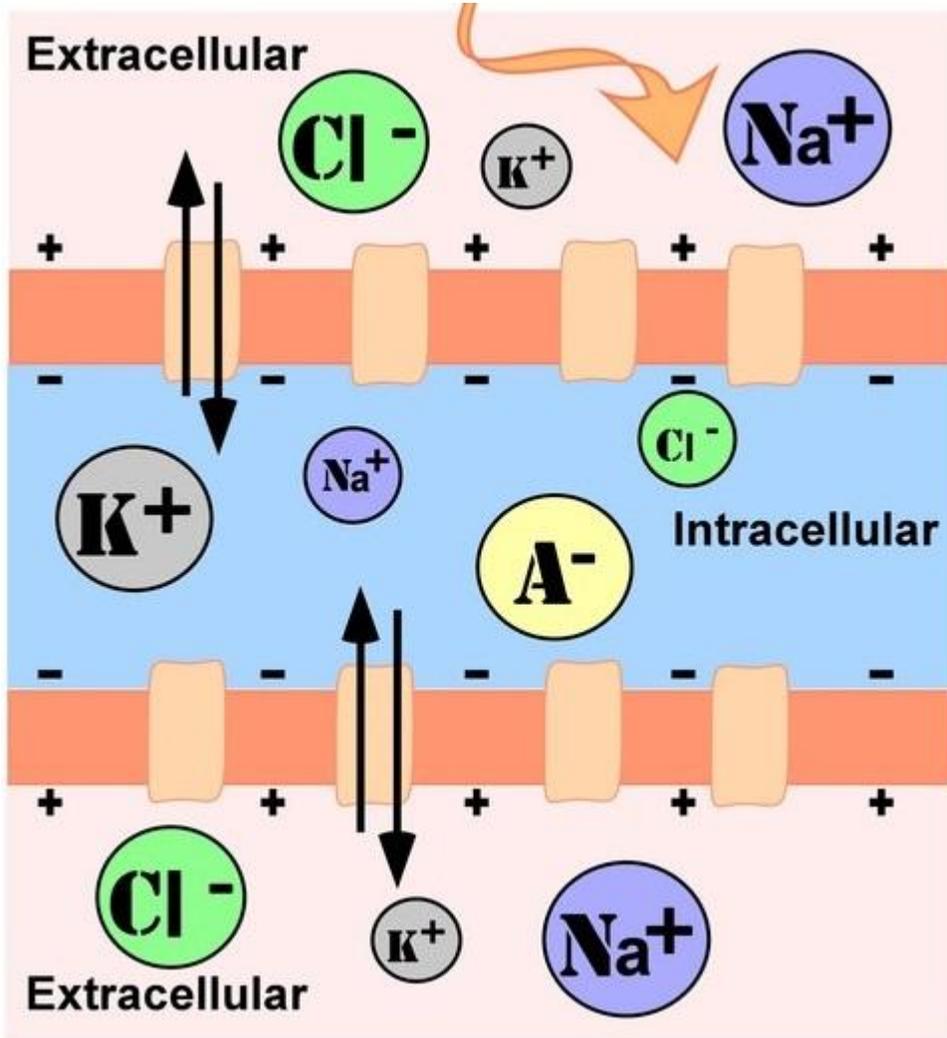
# 静止膜電位



**静止膜電位**：神経が発火していない（情報が来ていない）時の、膜電位が安定した状態の電位です。(-70 mVくらい)

静止膜電位

$V_{rest}$  は細胞内外のイオンバランスによって決まります



	細胞内	細胞外
$Na^+$	5mM	150mM
$K^+$	140mM	5mM
$Ca^{2+}$	100nM	2mM
$Cl^-$	10mM	130mM

# $E_k$ はネルンスト式によって定まる

(平衡電位 = 見かけ上イオンの移動がない状態の膜電位)

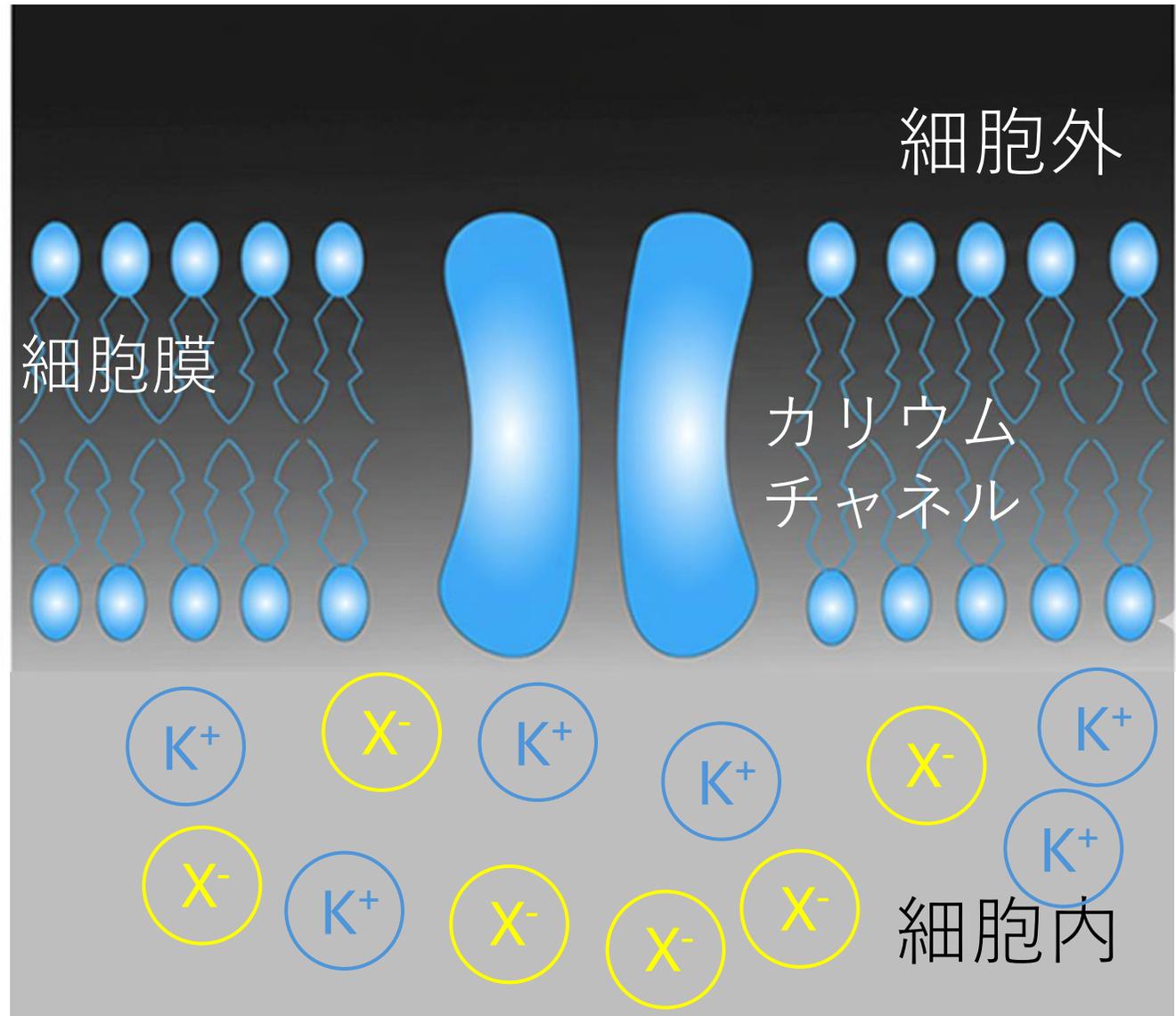
$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[X]_o}{[X]_i}$$

Potassium ions

$$E_K = \frac{RT}{z_K F} \ln \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i}$$

$[K^+]_o = 5\text{mM}$ ,  $[K^+]_i = 140\text{mM}$

$$E_K = -90 \text{ mV}$$



# $E_k$ はネルンスト式によって定まる

(平衡電位 = 見かけ上イオンの移動がない状態の膜電位)

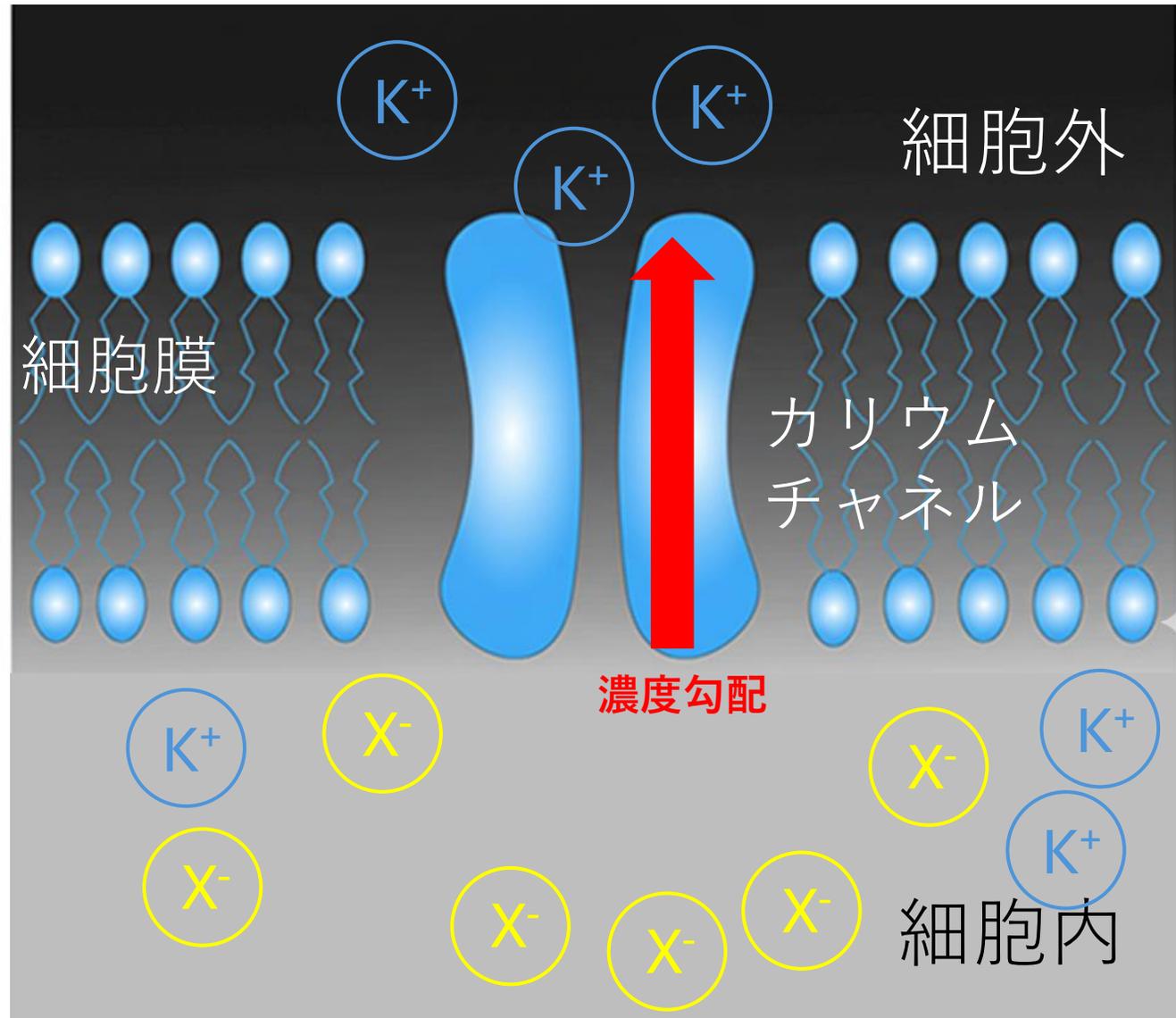
$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[X]_o}{[X]_i}$$

Potassium ions

$$E_K = \frac{RT}{z_K F} \ln \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i}$$

$$[K^+]_o = 5\text{mM}, [K^+]_i = 140\text{mM}$$

$$E_K = -90 \text{ mV}$$



# $E_k$ はネルンスト式によって定まる

(平衡電位 = 見かけ上イオンの移動がない状態の膜電位)

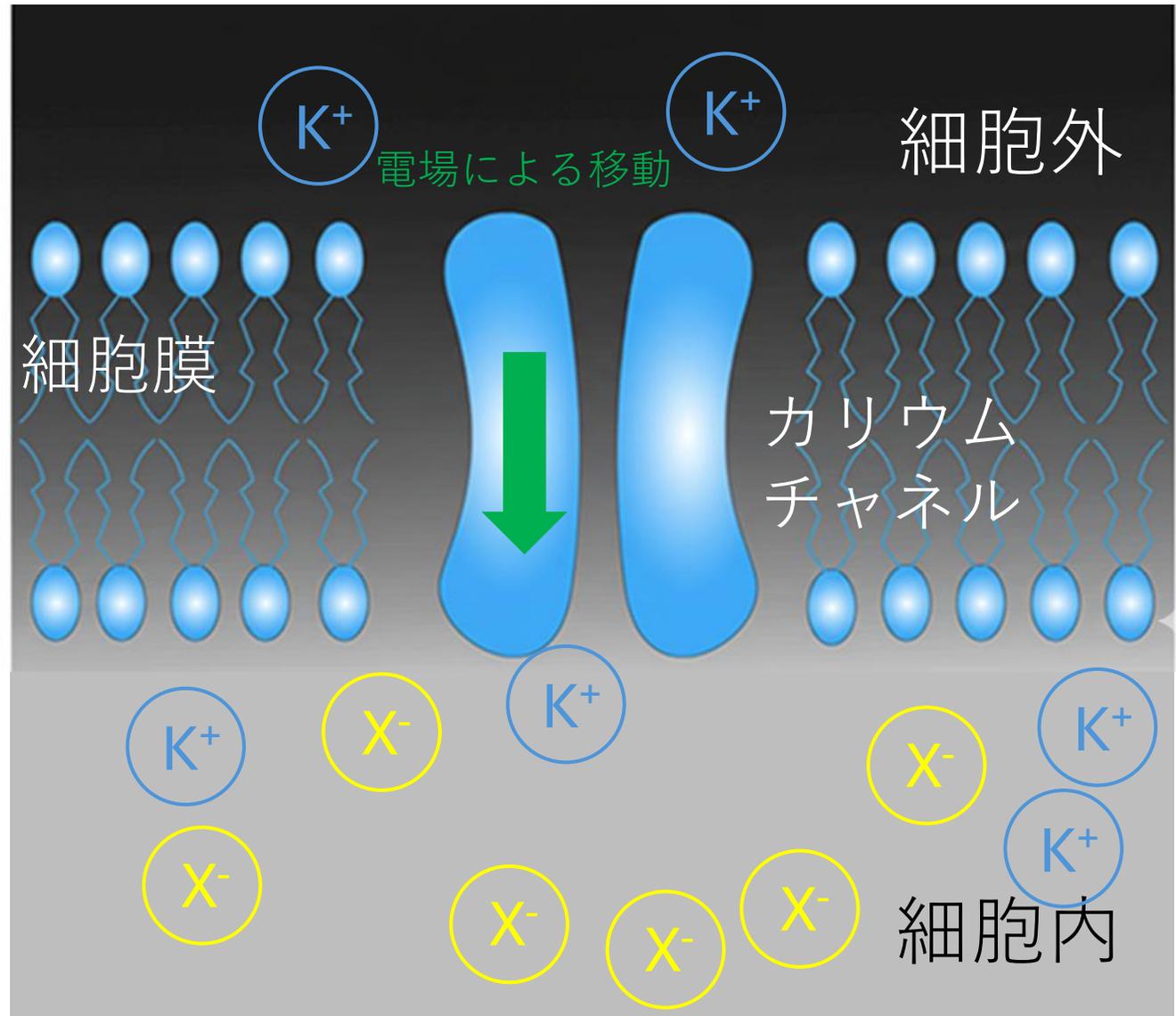
$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[X]_o}{[X]_i}$$

Potassium ions

$$E_K = \frac{RT}{z_K F} \ln \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i}$$

$[K^+]_o = 5\text{mM}$ ,  $[K^+]_i = 140\text{mM}$

$E_K = -90\text{ mV}$



# $E_k$ はネルンスト式によって定まる

(平衡電位 = 見かけ上イオンの移動がない状態の膜電位)

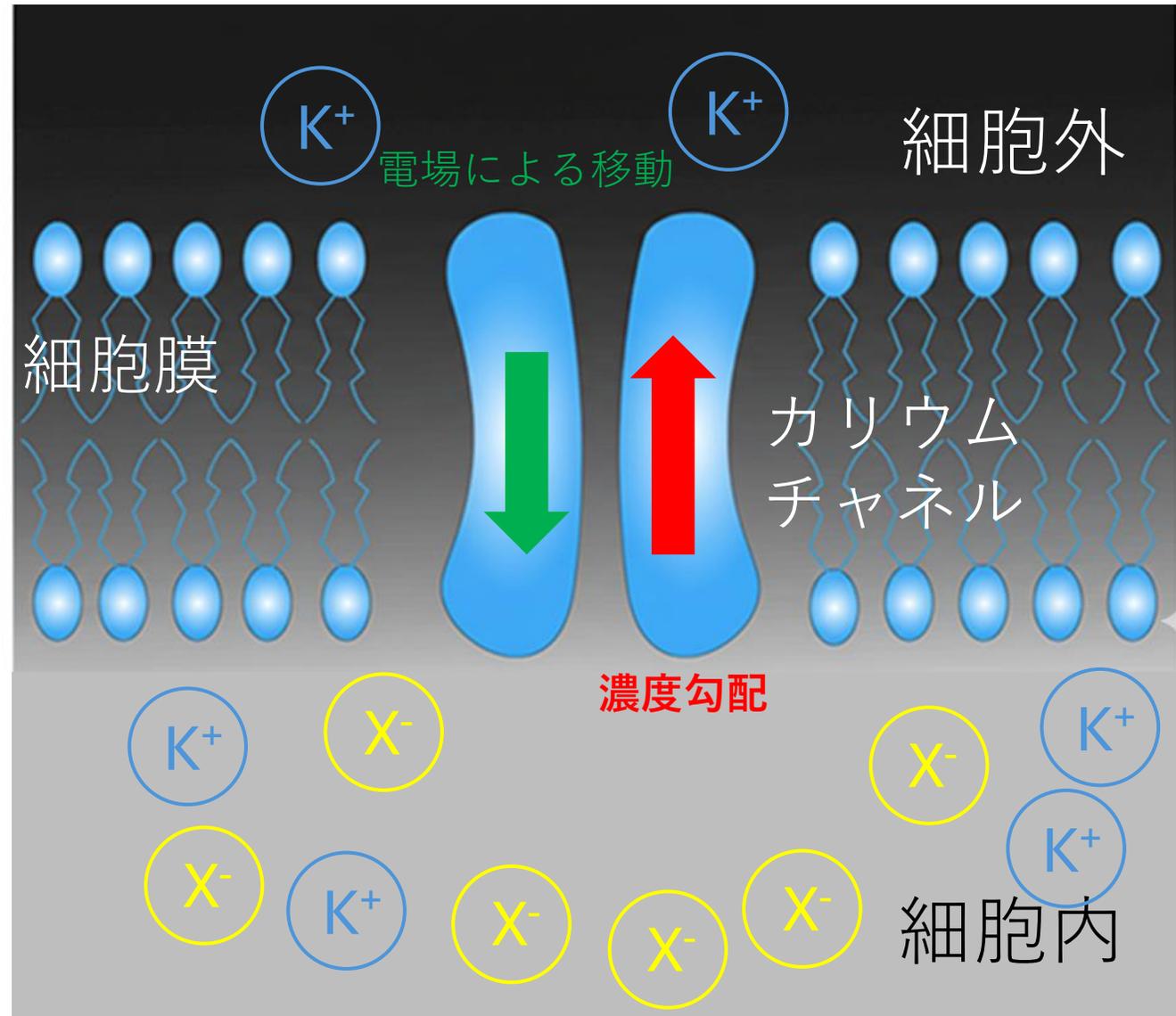
$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[X]_o}{[X]_i}$$

Potassium ions

$$E_K = \frac{RT}{z_K F} \ln \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i}$$

$$[K^+]_o = 5\text{mM}, [K^+]_i = 140\text{mM}$$

$$E_K = -90\text{ mV}$$

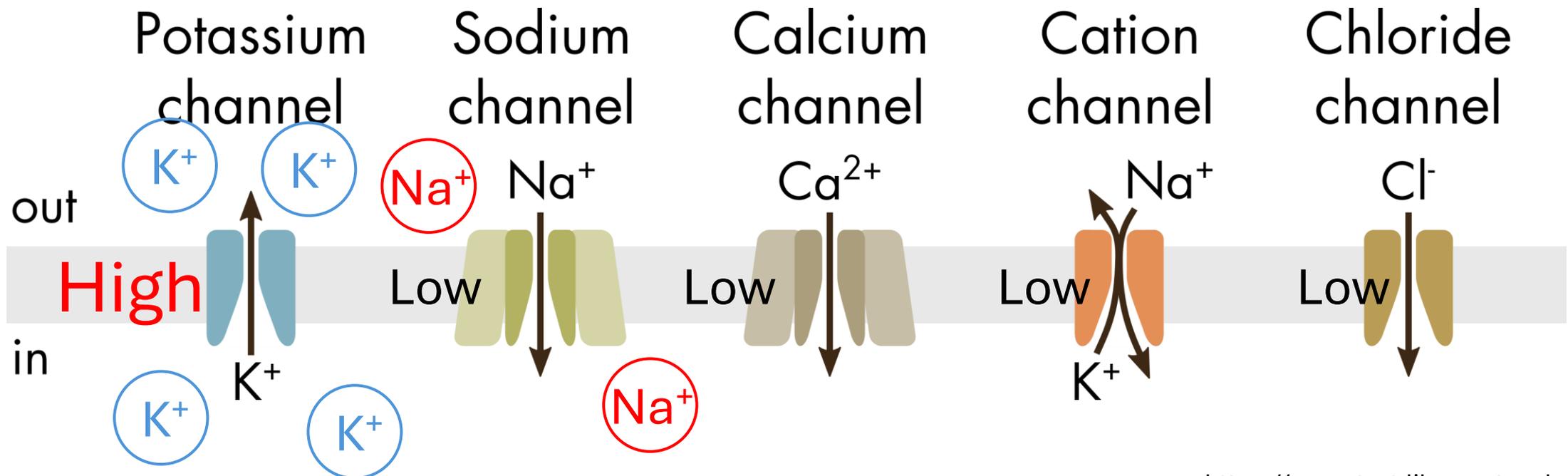


# 静止膜電位はGHK 電圧式で定まる

(Goldman-Hodgkin-Katz voltage equation)

$$E_m = \frac{RT}{F} \ln \left( \frac{\sum_i^n P_{M_i^+} [M_i^+]_{out} + \sum_j^m P_{A_j^-} [A_j^-]_{in}}{\sum_i^n P_{M_i^+} [M_i^+]_{in} + \sum_j^m P_{A_j^-} [A_j^-]_{out}} \right)$$

$$V_{rest} = -70 \text{ mV}$$



# 静止膜電位はGHK 電圧式で定まる

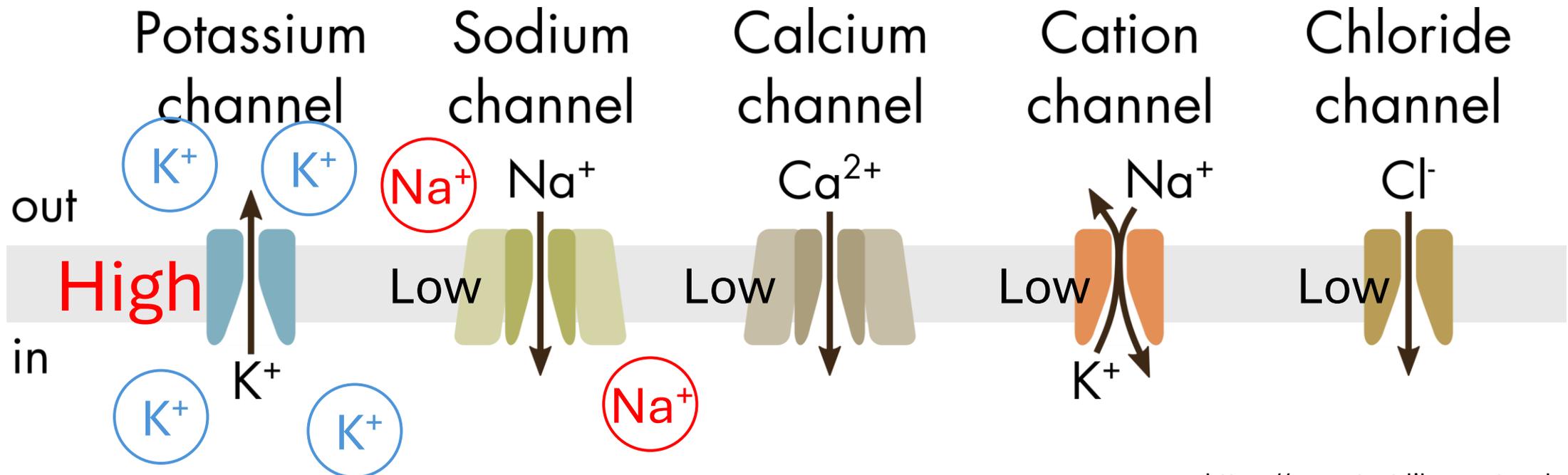
(Goldman-Hodgkin-Katz voltage equation)

静止膜電位

K<sup>+</sup>の平衡電位

$$V_{\text{rest}} - E_{\text{K}} = (-70\text{mV}) - (-90\text{mV}) = 20\text{mV}$$

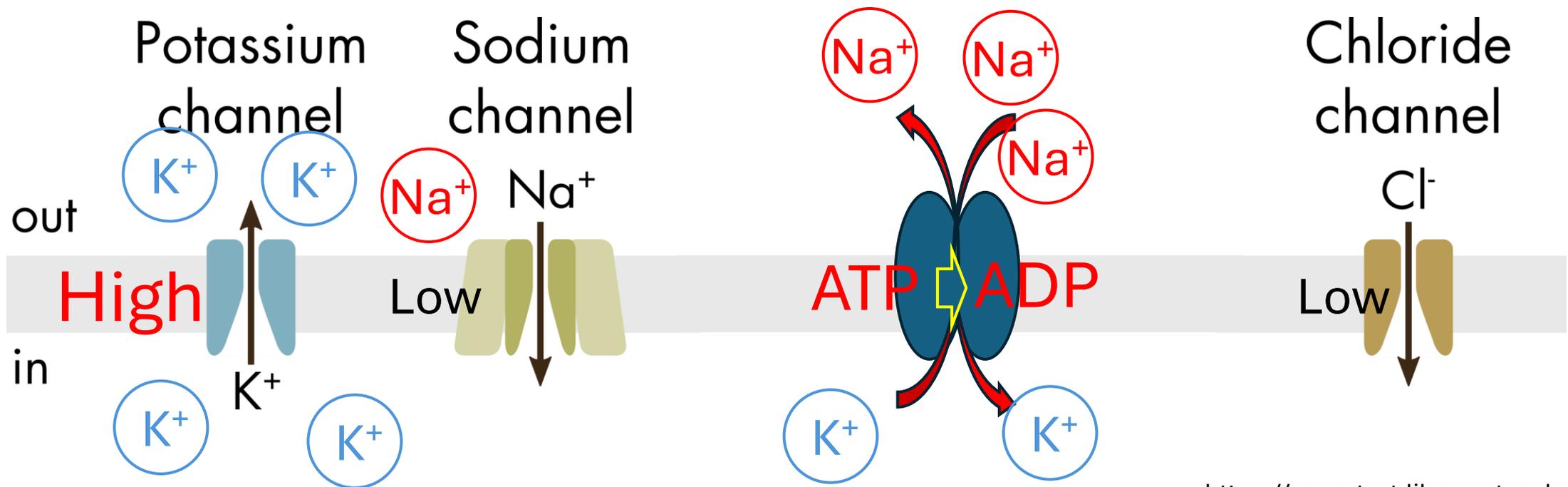
$$V_{\text{rest}} = -70 \text{ mV}$$



# 静止膜電位はGHK 電圧式で定まる

(Goldman-Hodgkin-Katz voltage equation)

ナトリウム-カリウム ポンプ

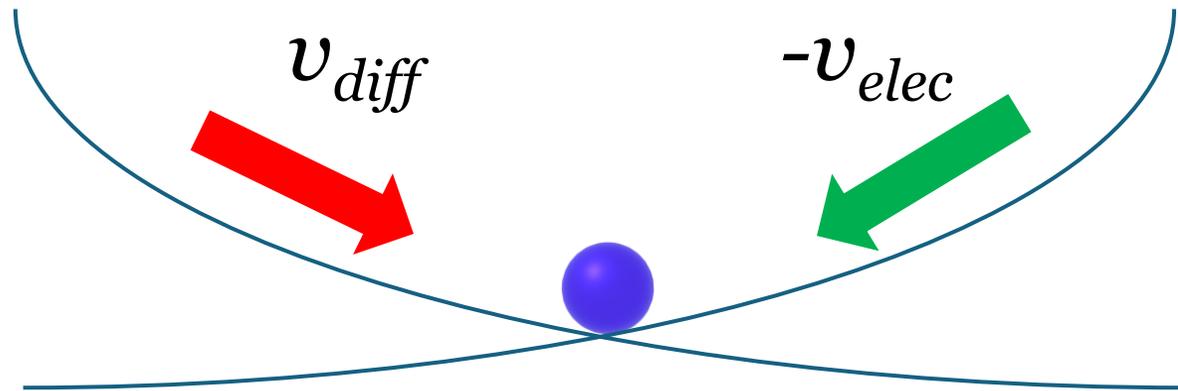


# ネルンスト式の導出

$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{[X]_o}{[X]_i}$$

高濃度

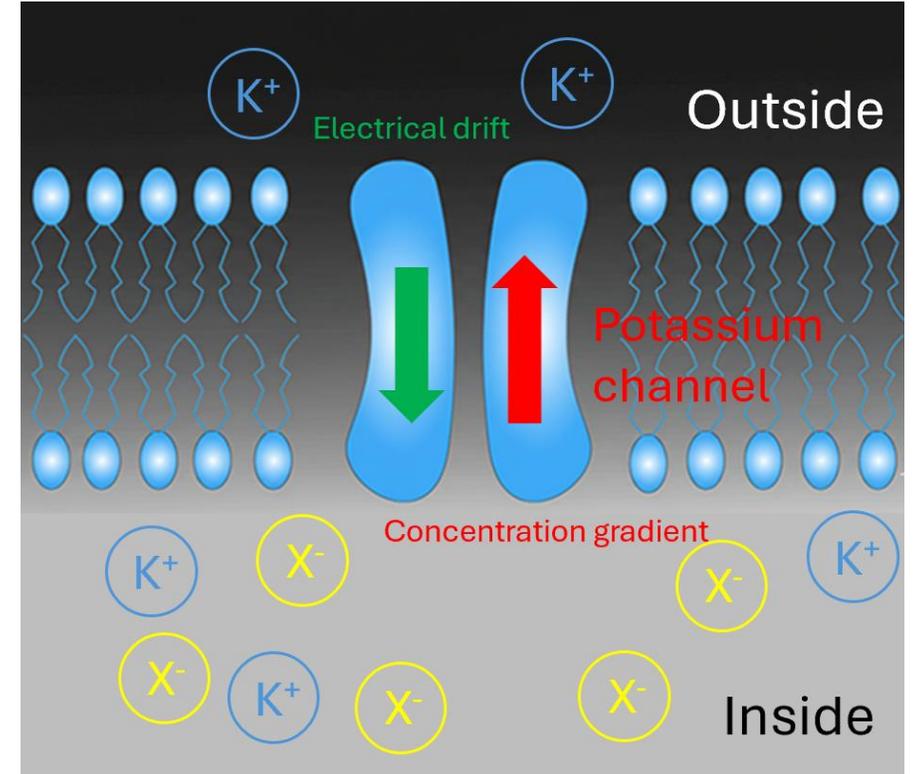
高濃度



低濃度

低濃度

$$v_{diff} + v_{elec} = 0$$



$$v_{total} = v_{diff} + v_{elec}$$

$$v_{diff} = \frac{J_{diff}}{c} = -\frac{D\nabla c}{c}$$

フィックの第一法則

$$J = -D\nabla c$$

$$J = c(v_{diff} + v_{elec})$$

$$v_{elec} = u(-zF\nabla\phi)$$

電位勾配

$$J = c\left(-\frac{D\nabla c}{c} - uzF\nabla\phi\right)$$

$$u = \frac{D}{RT}$$

アインシュタインの  
関係式

$$J = -D\nabla c - uzFc\nabla\phi$$

$$J = -D\nabla c - \frac{zFD}{RT}c\nabla\phi$$

ネルンスト・プランク式

$$0 = -D \left( \nabla c + \frac{zFc}{RT} \nabla \phi \right)$$

$$\nabla c + \frac{zFc}{RT} \nabla \phi = 0$$

$$\nabla c = c \nabla \ln c$$

$$c \nabla \ln c + \frac{zFc}{RT} \nabla \phi = 0$$

$$\nabla \ln c + \frac{zF}{RT} \nabla \phi = 0$$

$$\nabla \left( \ln c + \frac{zF}{RT} \phi \right) = 0$$

$$\nabla \bar{\mu} = 0$$

電気化学ポテンシャルの勾配が0

$$\ln c_{out} + \frac{zF}{RT} \phi_{out} = \ln c_{in} + \frac{zF}{RT} \phi_{in}$$

$$\frac{zF}{RT} (\phi_{in} - \phi_{out}) = \ln \frac{c_{out}}{c_{in}} \quad E = \phi_{in} - \phi_{out}$$

ネルンスト式

$$E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_{out}}{c_{in}}$$

# ネルンストープランク式

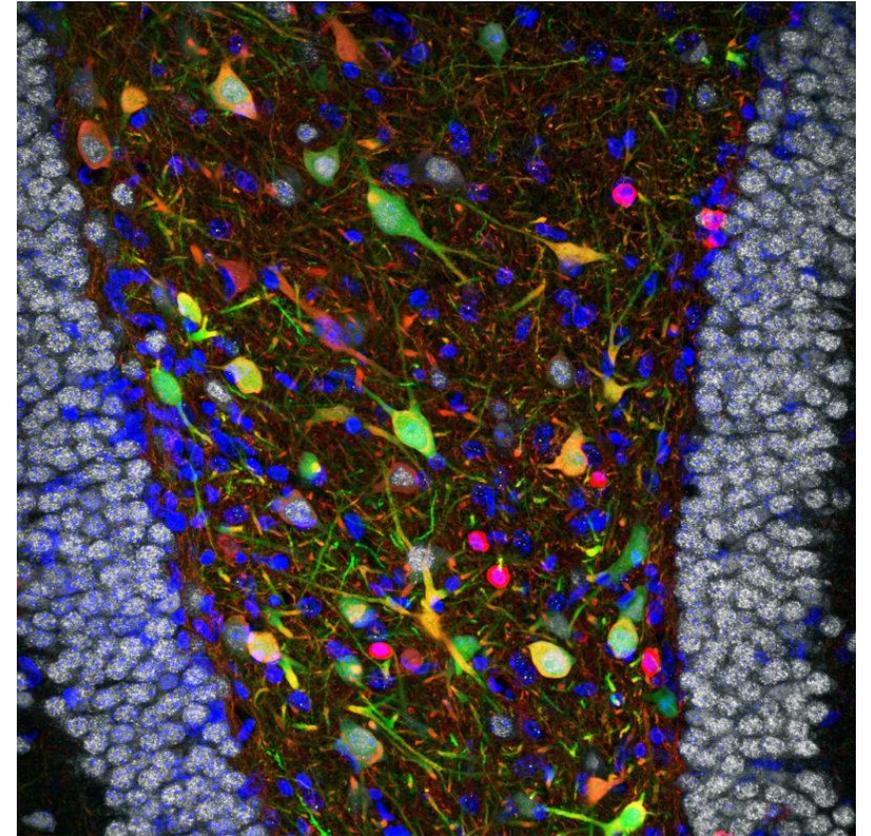
Nernst-Planck equation

海馬齒状回

$$J_j = -D_j \left( \underbrace{\frac{\partial C_j}{\partial x}}_{\text{濃度勾配}} + \underbrace{\frac{z_j F C_j}{RT} \frac{\partial \phi}{\partial x}}_{\text{電気拡散}} \right)$$

濃度勾配+電気拡散

イオンの出入りの計算に必要  
(e.g., 活動電位, シナプス電位の計算)



**Nikon small world**

Gabriel Luna

Dr. Jennifer N. Rauch, Dr. Kenneth S. Kosik

# ポアソン・ネルンスト・プランク式

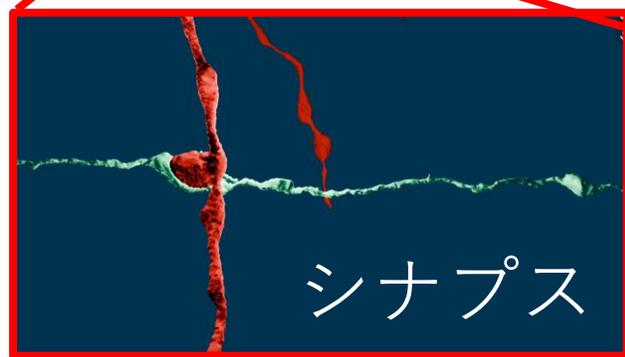
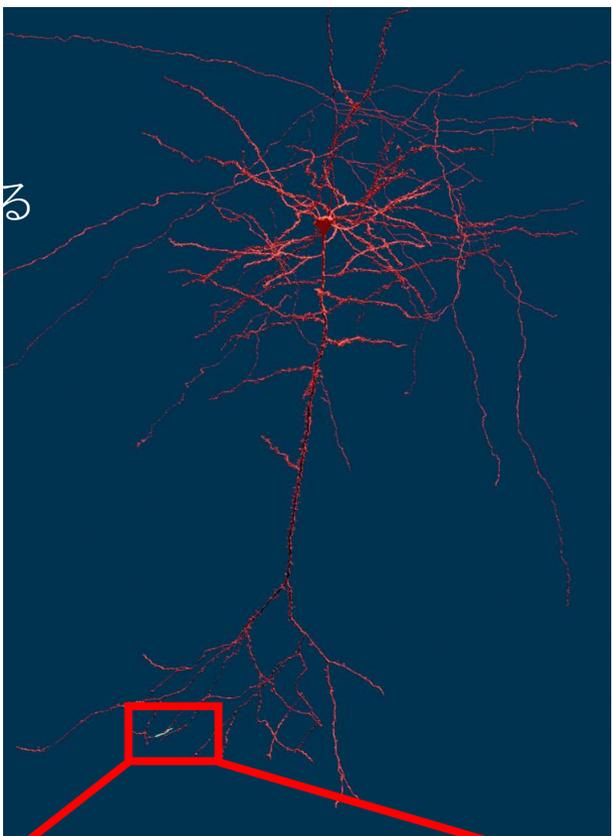
濃度変化は 拡散と 電位勾配による移動の変化で決まる

$$T_i(c_i, \psi_j) = \frac{\partial c_i}{\partial t} - \nabla \cdot [D_i(\nabla c_i + \beta z_i c_i \nabla \psi_j)] = 0$$

フィックの第二法則

$$\Psi(c_i, \psi_j) = \frac{\epsilon}{F} \nabla \cdot (\nabla \psi_j) + \sum_i^{N_{aq}} z_i c_i = 0$$

電位勾配による移動の変化は 電荷密度 できまる



シナプス

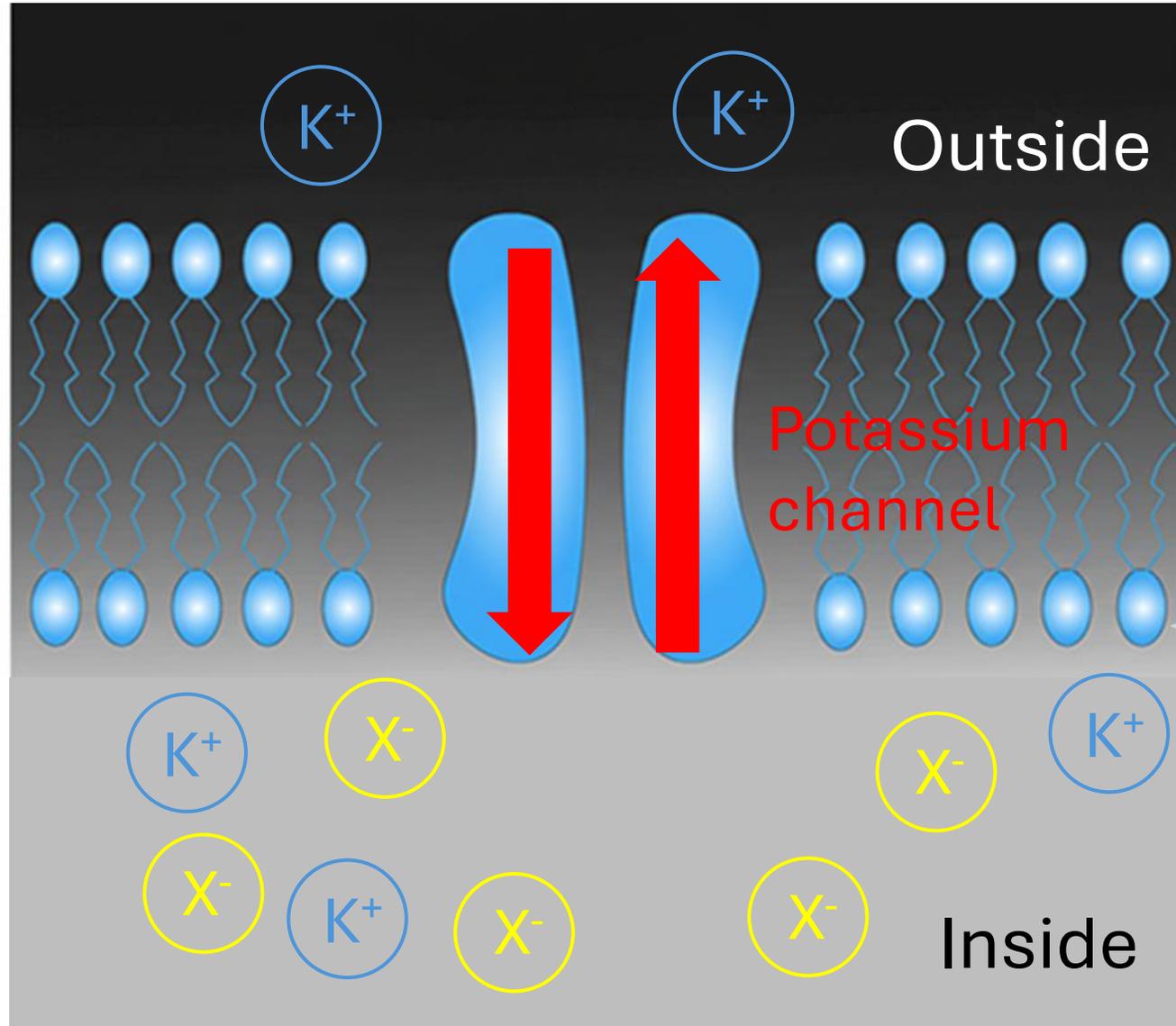
$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}$$

濃度変化

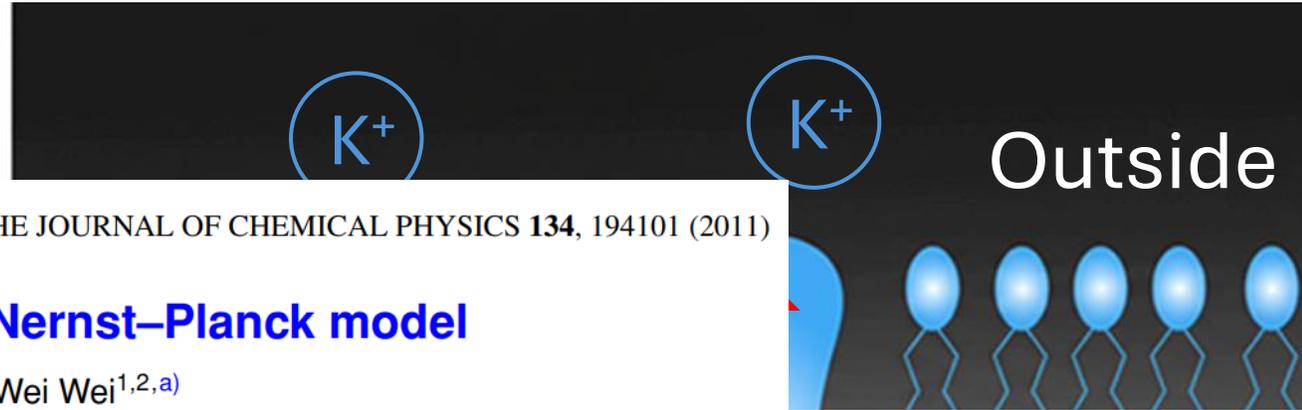
流束 (ネルンスト・プランク式) の変化

$$J = -D\nabla c - \frac{zFD}{RT} c \nabla \phi$$

# ポアソン・ボルツマン・ネルンスト・プランクモデル



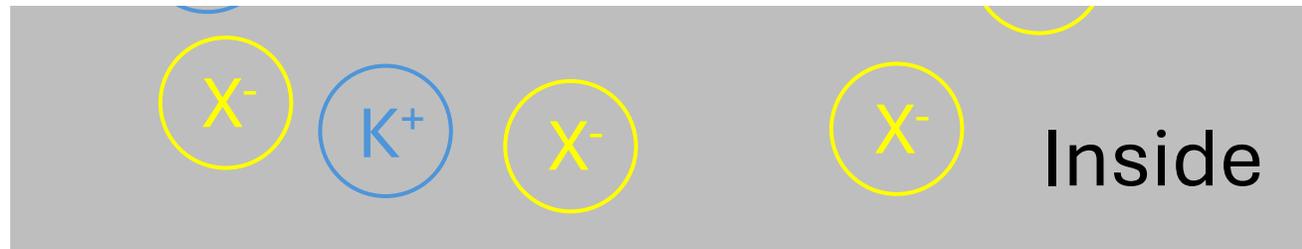
# ポアソン・ボルツマン・ネルンスト・プランクモデル



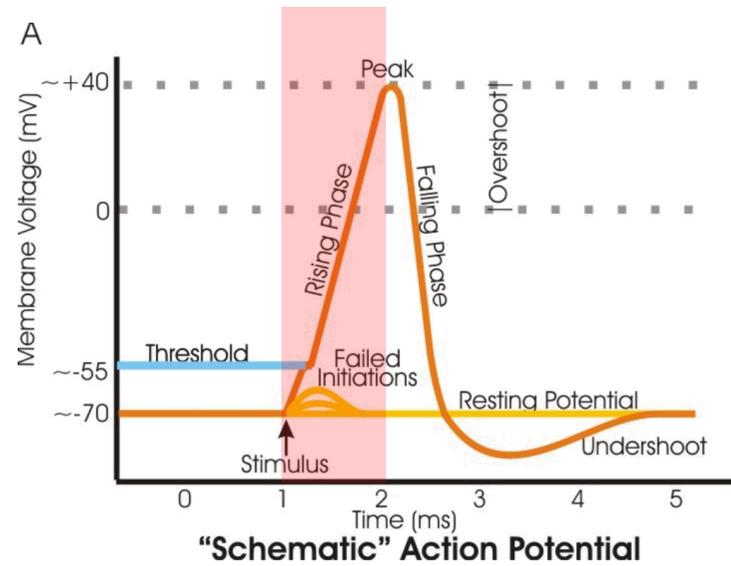
## Poisson–Boltzmann–Nernst–Planck model

Qiong Zheng<sup>1</sup> and Guo-Wei Wei<sup>1,2,a)</sup>

$$G[\Phi, n_\alpha, N_{\text{NP}}] = \int \left\{ \sum_{\alpha=1}^{N_{\text{NP}}} n_\alpha \left[ \mu'_{0\alpha} + k_B T \ln \frac{n_\alpha}{n_{0\alpha}} - k_B T \right] - \frac{\epsilon}{8\pi} |\nabla \Phi|^2 + \left( \rho_f + \sum_{\alpha=1}^{N_{\text{NP}}} q_\alpha n_\alpha \right) \Phi - k_B T \sum_{\beta=N_{\text{NP}}+1}^{N_c} n_{0\beta} (\exp[-(q_\beta \Phi - \mu_\beta)/(k_B T)] - 1) \right\} d\Omega.$$

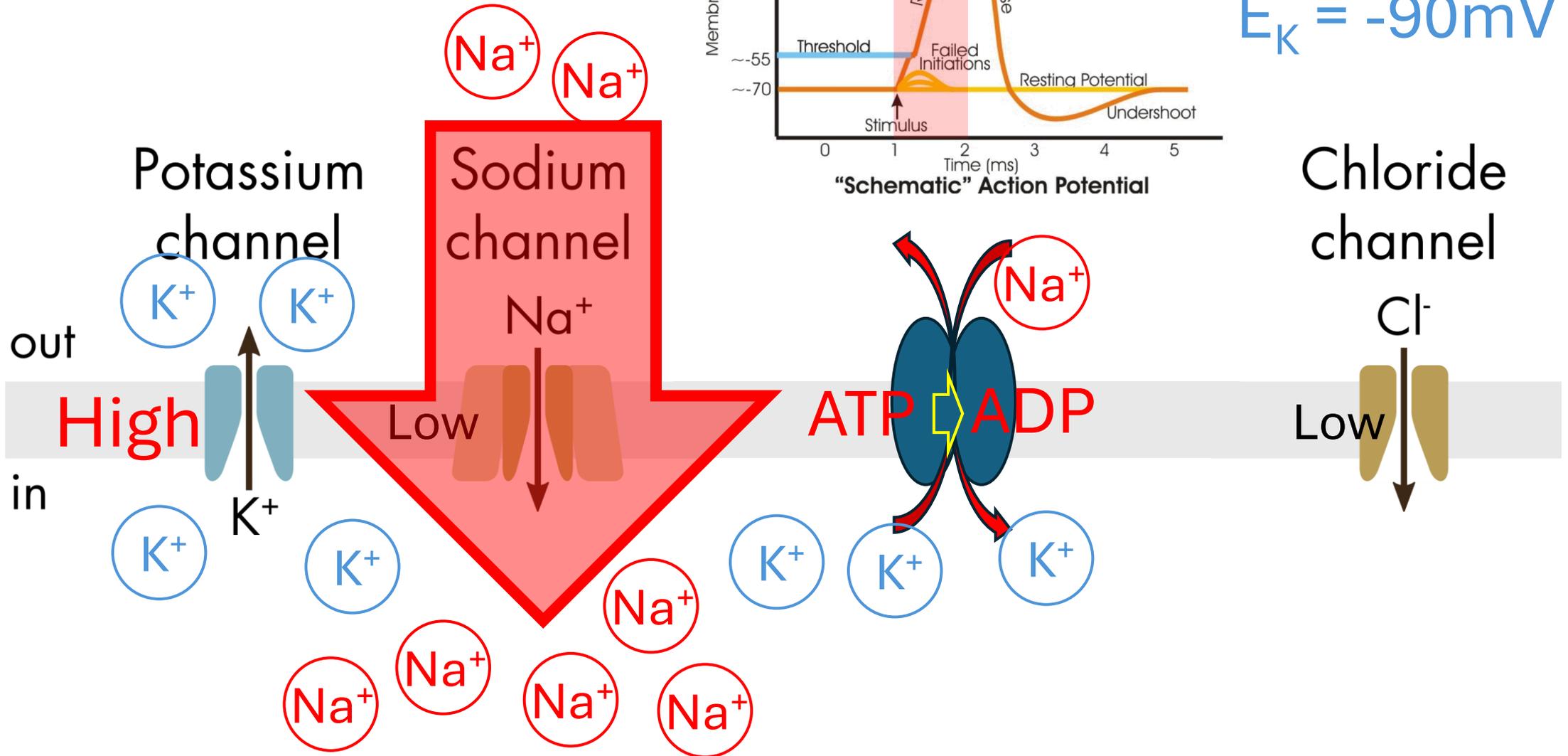


# 活動電位

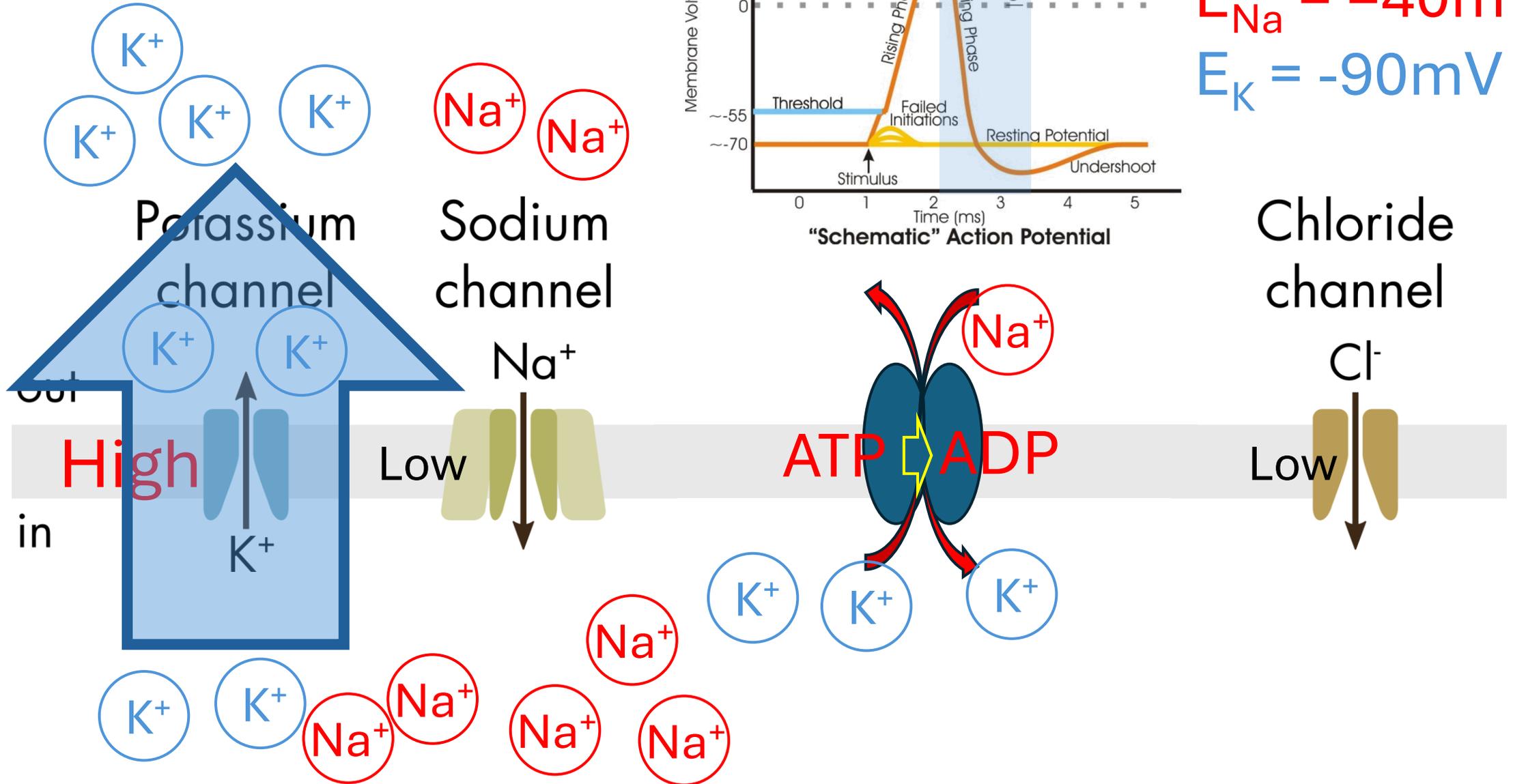


$$E_{Na} = +40mV$$

$$E_{K} = -90mV$$

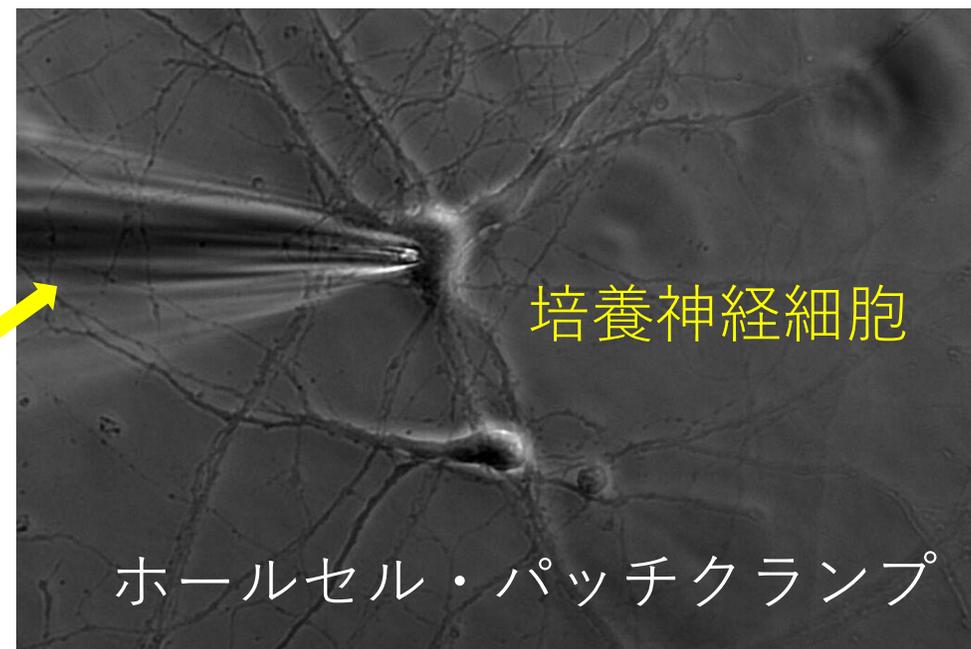
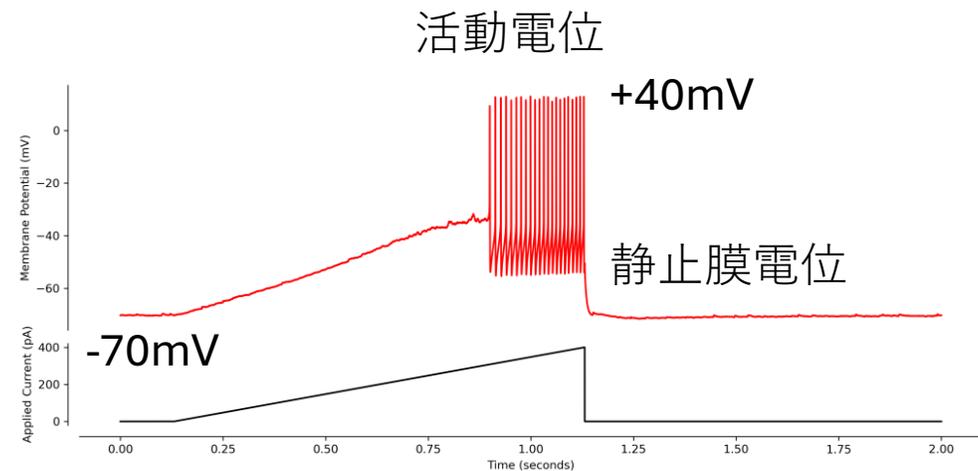
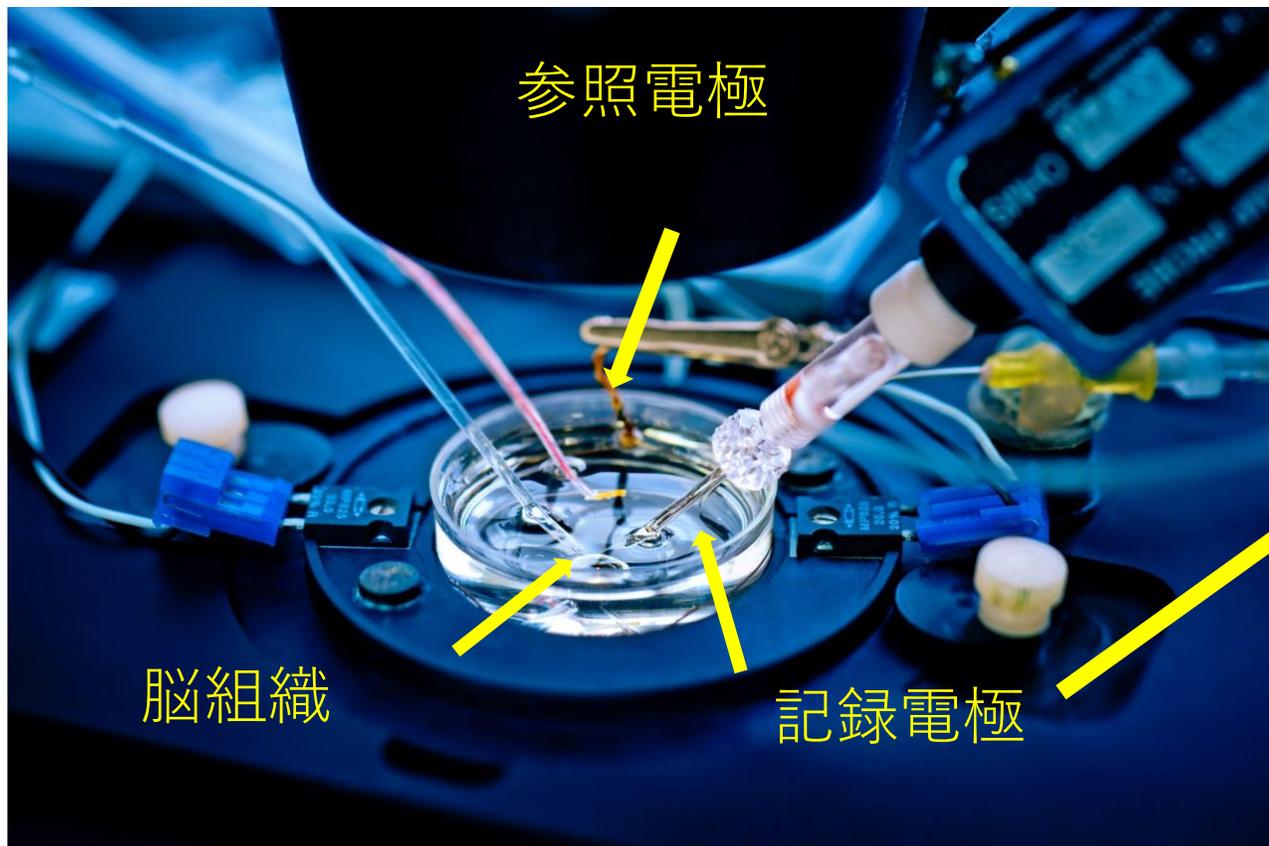


# 活動電位



$E_{Na} = +40mV$   
 $E_K = -90mV$

# 電気生理学

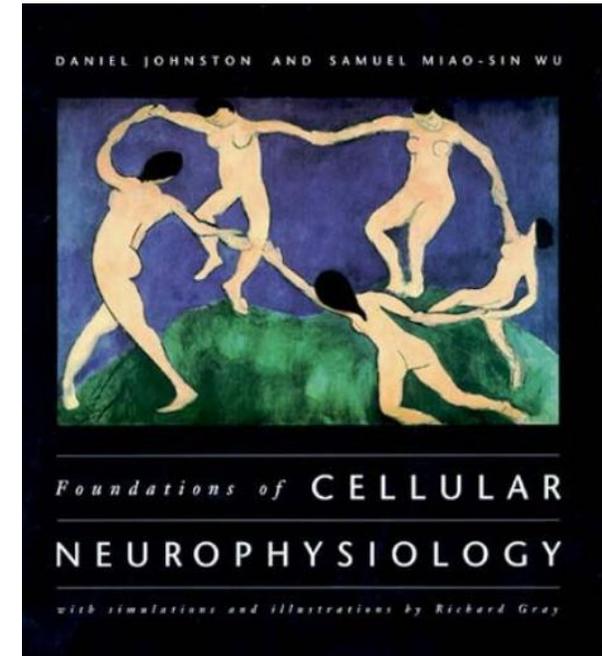
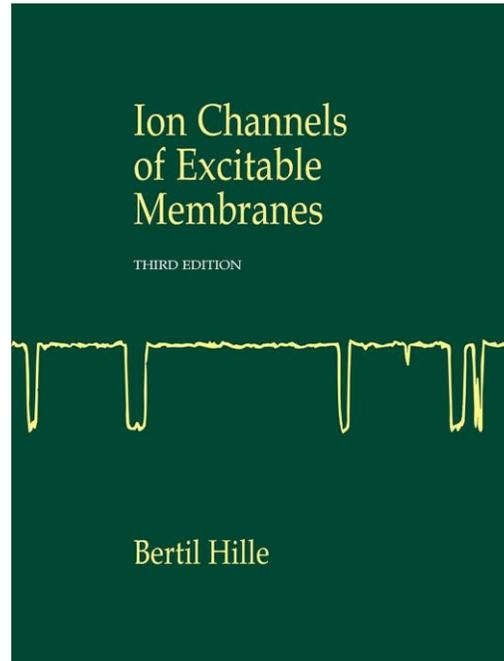
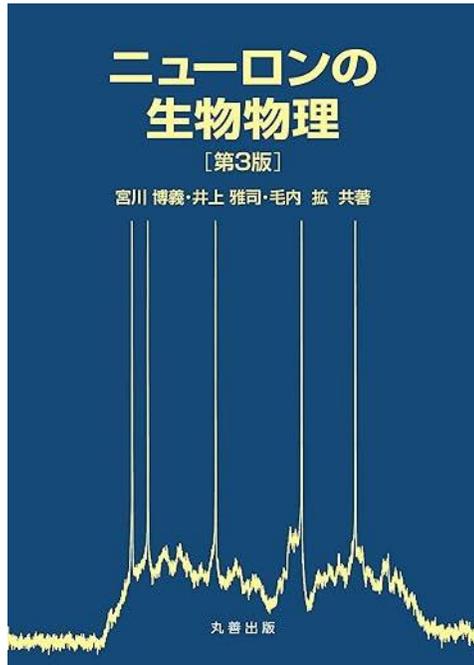


<https://www.criver.com>

<https://spikesandbursts.wordpress.com>

<https://www.leica-microsystems.com>

# 参考文献



dendrite



[https://note.com/dendrite\\_](https://note.com/dendrite_)



Thank you!