

31平均律・41平均律の比較

...

共通点と相違点を知ろう

- 31平均律の特性
- 41平均律の特性
- Patentヴァル
- 緩和されるコンマ
- 主要なMOSスケール

31平均律の特性

完全5度は良く協和する

ピタゴラスが見つけた ドとソの間隔=完全5度

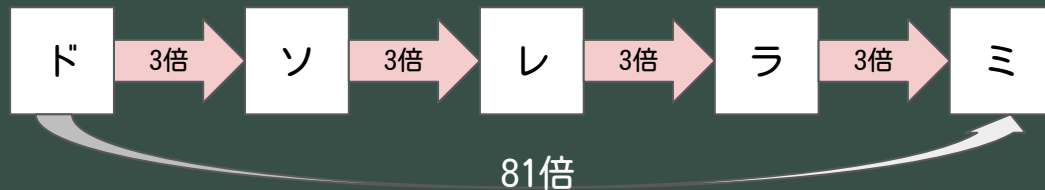


周波数比は $3/2$

$$1200 \log_2 \left(\frac{3}{2} \right) = 701.9550\dots$$

ピタゴラス音律ではこの完全5度を積み上げて音階を作った

当時はド～ミ間はディトノスと呼ばれ不協和として扱われた

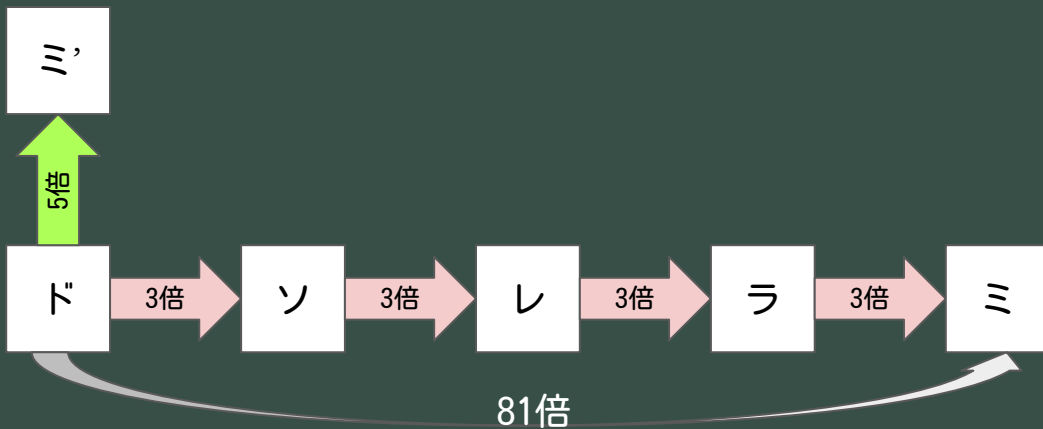


長3度の協和が発見される

周波数比は 5/4

アルキタスが発見

5倍という音程は2倍と3倍の繰り返しでは得られない音程

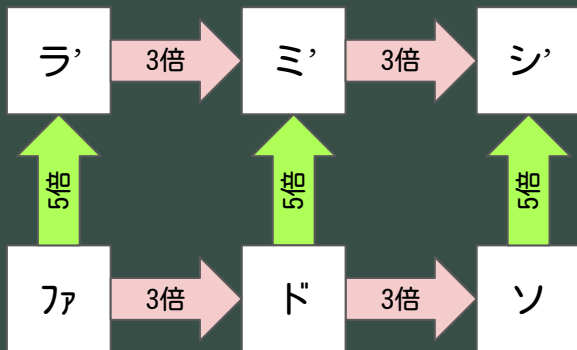


純正律の登場

ピタゴラス音律



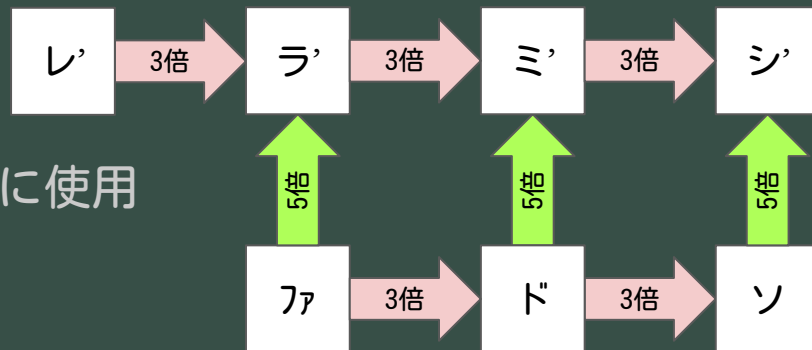
Ptolemy's Intence diatonic



純正律 (2種類)

5倍の協和を3箇所を使用

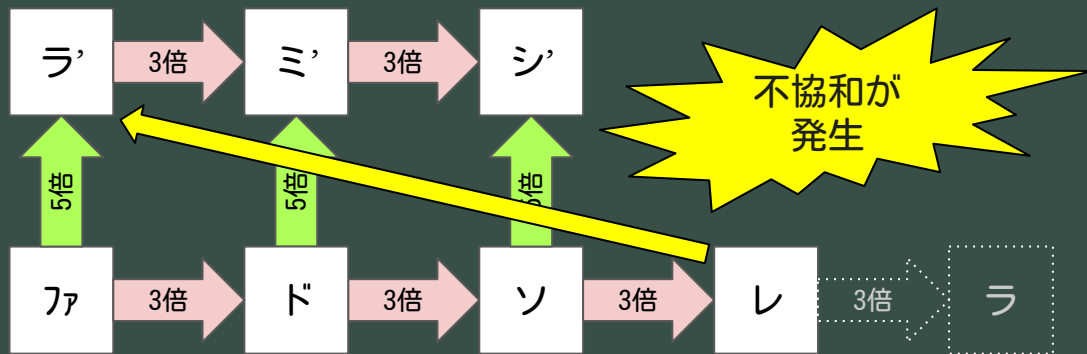
ラミス律



純正律の問題点

レ～ラ間は3倍ではないので不協和が発生

この二つの「ラ」と「ラ'」では81/80の差(シントニックコンマ)があるので、レ～ラ'間是不協和が発生する



純正律の問題点

大全音	小全音	全音階的半音	大全音	小全音	大全音	全音階的半音
中全音	中全音	全音階的半音	中全音	中全音	中全音	全音階的半音

中全音律の誕生

5倍音の単音程転回(4オクターブ補正の為 2^4 掛けると80倍)

と、単音程転回3倍音の4回の積み上げ $3^4=81$ 倍

3倍の不連結や不協和を解消する

中全音律の完全5度は、5倍音を4分割する

純正完全5度:701.96¢ 5倍音:2786.31¢ $2786.31 \div 4 = 696.58$

$$1200 \log_2 \frac{3}{2} \approx 701.96 \quad 1200 \log_2 \sqrt[4]{5} \approx 696.58 \quad \therefore \frac{3}{2} \approx (\sqrt[4]{5})$$



80倍=5×16倍

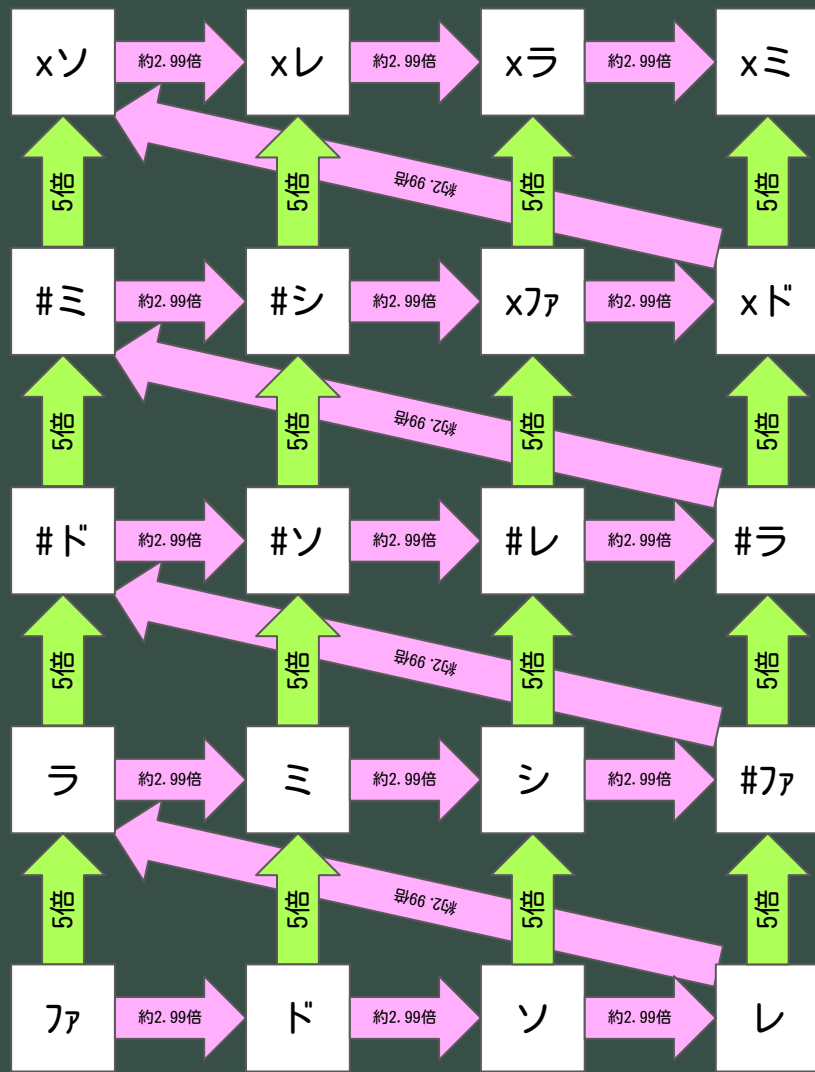
31平均律の登場

中全音律の縮んだ完全5度を繰り返し、
31回目に元の音に近い音程が出現した

この過程で**全音**が**5分割**される

マルケット・カーラの研究を参考にしながら
ファビオ・コロンナがニコラの楽器の調査として
中全音律の拡張について記述した
(1618年)

$$1200 \log_2 \left(\frac{\sqrt[4]{5^{31}}}{2^{18}} \right) \approx -6.07$$



31平均律の基本的な性質

鍵盤の模式図

全音

5ステップ

全音階的半音(ミ～ファ間)

3ステップ

半音階的半音(ド～#ド間)

2ステップ

♭D		♭E		♭G			♭A	♭B
♯C		♯D		♯F	♯G	♯A		
♯C	♯D	♯E	♯F	♯G	♯A	♯B		
C	D	E	F	G	A	B		
♭C	♭D	♭E	♭F	♭G	♭A	♭B		

5度「線」

5度圏は循環しない直線

Fより4度側には ♭ がつく

Bより5度側には # がつく

楽典もこれに則ってできている

(例)

#Fマイナーキーでの属七の和音(#C7)など

→ (#C, #E, #G, B)

詳細度数		音名	調号
重増	7	B	× × × × × × × ×
	3	E	× × × × × × × ×
	6	A	× × × × × × × ×
	2	D	× × × × × × × ×
	5	G	× × × × × × × ×
	1	C	× × × × × × × ×
	4	F	× × × × × × × ×
増	7	B	× × × × × × × #
	3	E	× × × × × × × #
	6	A	× × × × × × × #
	2	D	× × × × × × × #
	5	G	× × × × × × × #
	1	C	× × × × × × × #
	4	F	× × × × × × × #
長	7	B	# # # # #
	3	E	# # # # #
	6	A	# # # # #
	2	D	# # # # #
完全	5	G	# # # # #
	1	C	# # # # #
	4	F	# # # # #
			# # # # #
短	7	B	♭ ♭
	3	E	♭ ♭ ♭
	6	A	♭ ♭ ♭ ♭
	2	D	♭ ♭ ♭ ♭ ♭
減	5	G	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	1	C	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	4	F	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	7	B	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	3	E	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	6	A	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	2	D	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
重減	5	G	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	1	C	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	4	F	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	7	B	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	3	E	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	6	A	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭
	2	D	♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭ ♭

普及した記譜体系

基本的な記号は同じだが、**ダブルシャープ**などは全音に届かない

記号	読み	上げ分
#	シャープ sharp	+2 増1度上げ
b	フラット flat	-2 増1度下げ
x	ダブルシャープ double sharp	+4 重増1度上げ
bb	ダブルフラット double flat	-4 重増1度下げ

普及した記譜体系

半音階的半音を2分割する性質に基づく呼び方

※度数に合意された日本語の呼び方はまだない

記号	読み	上げ分
	ハーフシャープ half sharp	+1 長1度上げ※
	ハーフフラット half flat	-1 長1度下げ※
	セスキシャープ sesqui sharp	+3 拡1度上げ※
	セスキフラット sesqui flat	-3 拡1度下げ※

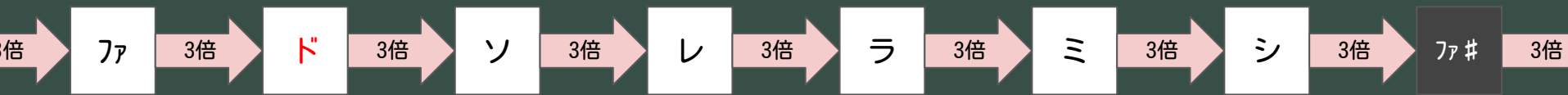
倍音との近似

周波数比	24平均律	31平均律
2:3 の音程 (完全5度) 701.955セント	完全5度, 14番目 700.000セント	完全5度, 18番目 696.774セント
4:5 の音程 (純正長3度) 386.314セント	長3度, 8番目 400.000セント	長3度, 10番目 387.097セント
4:7 の音程 (自然7度) 968.826セント	縮7度, 19番目 950.000セント	増6度, 25番目 967.742セント
8:11 の音程 551.318セント	長4度, 11番目 550.000セント	長4度, 14番目 541.935セント
8:13 の音程 840.528セント	中立6度, 17番目 850.000セント	中立6度, 22番目 851.613セント

41平均律の特性

純正 5度 “線”

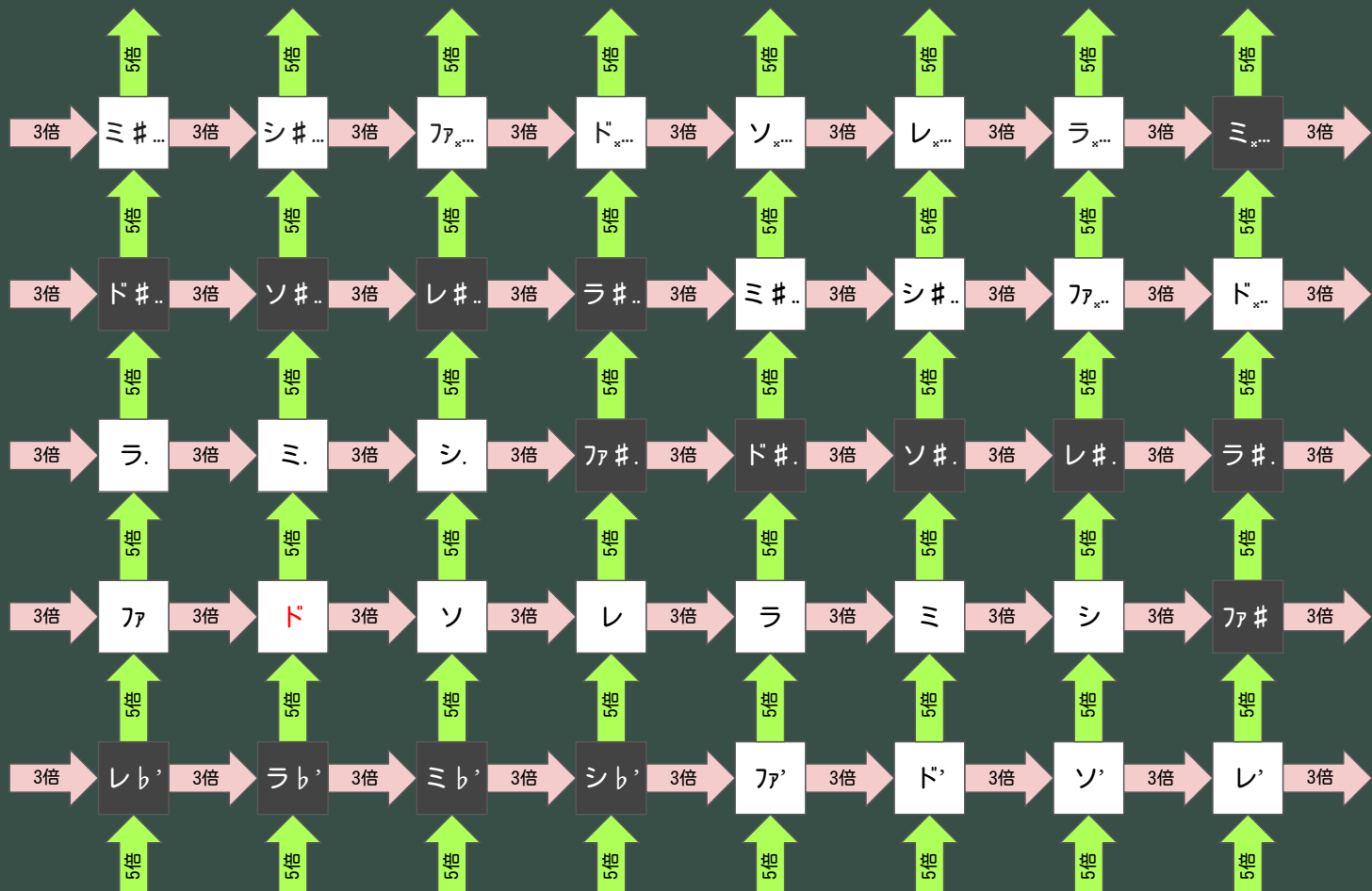
ピタゴラス音律



延々続けられる

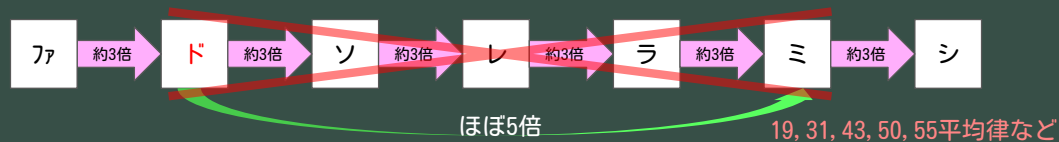


純正 5度3度平面



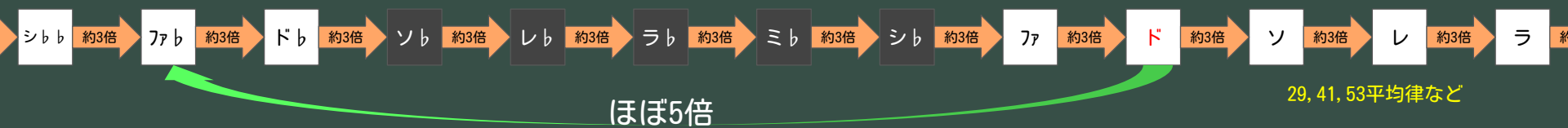
純正律(5-limit)

スキスマティック音律



ミを5倍に補整する代わりに

♭ファ側で補整を模索



基本的な構造

41平均律の基本的な性質

鍵盤の模式図

全音

7ステップ

全音階的半音(ミ～ファ間)

3ステップ

半音階的半音(ド～#ド間)

4ステップ

	↓D	↓E		↓G	↓A	↓B
	♯C	♯D		♯F	♯G	♯A
	♭D	♭E		♭G	♭A	♭B
	↑C	↑D		↑F	↑G	↑A
↑C	↑D	↑E	↑F	↑G	↑A	↑B
C	D	E	F	G	A	B
↓C	↓D	↓E	↓F	↓G	↓A	↓B

記譜体系

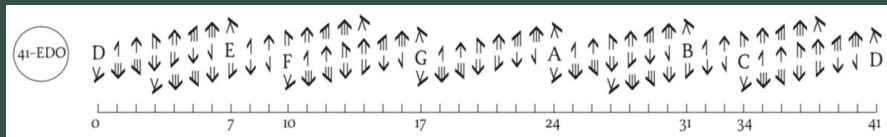
臨時記号による記譜方法は、半音階的半音を4分割する体系

<https://en.xen.wiki/w/41edo>

Step offset	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sharp symbol										
Flat symbol										

記譜体系

サジタル記号による記号体系



41-EDO Evo Sagittal notation

(default spellings)

CD = 7 41 CG = 24
EF = 3 # = 4

$\downarrow = -5C (-80/81), \uparrow = -11M (-33/32)$

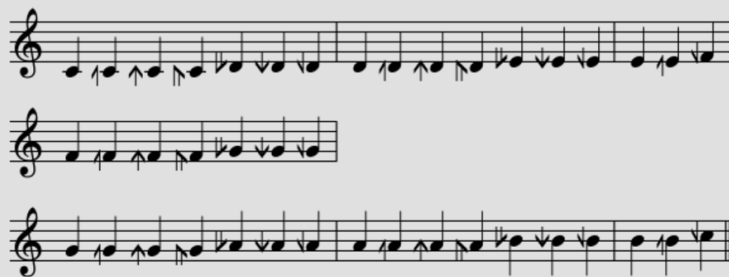


41-EDO Revo Sagittal notation

(default spellings)

CD = 7 41 CG = 24
EF = 3 # = 4

$\downarrow = -5C (-80/81), \uparrow = -11M (-33/32), \updownarrow = \sharp, \up\sharp = \sharp$



41-EDO Evo-SZ Sagittal notation

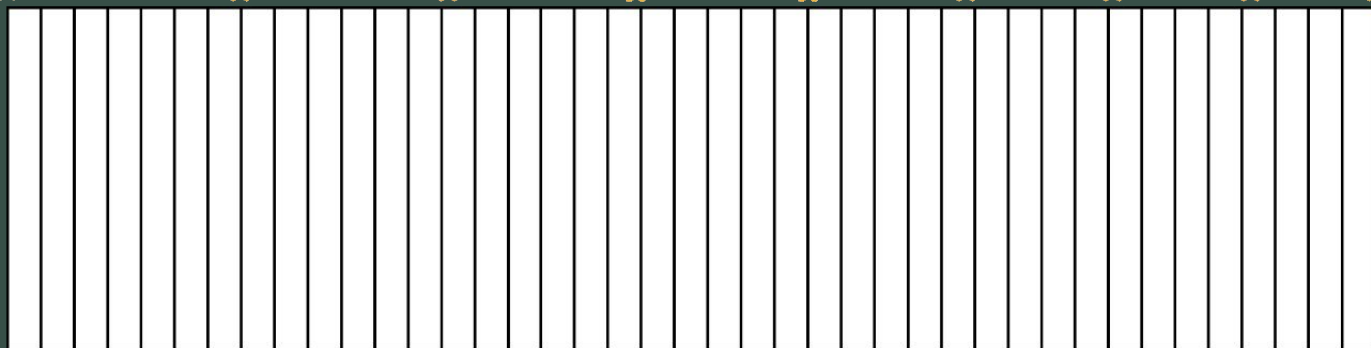
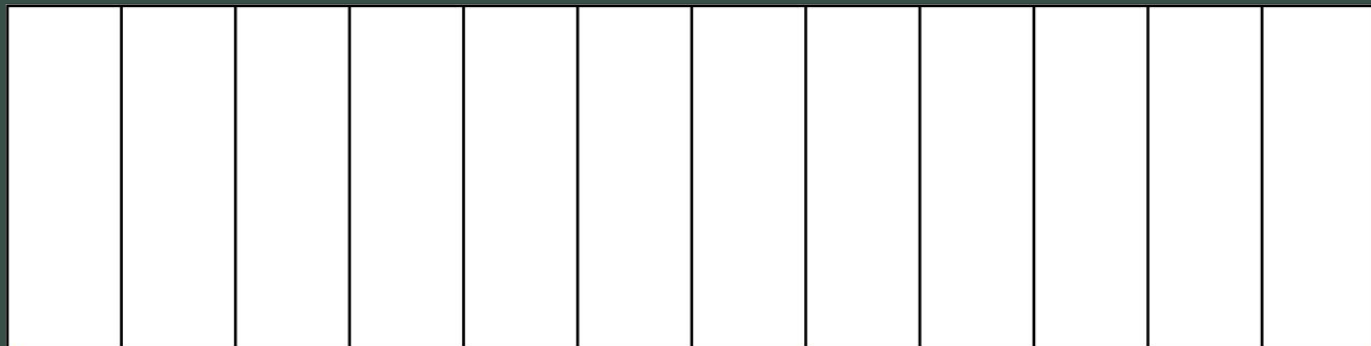
(default spellings)

CD = 7 41 CG = 24
EF = 3 # = 4

$\downarrow = -5C (-80/81), \sharp = -11M (-33/32)$



倍音との近似



倍音との近似

周波数比	24平均律	41平均律
2:3 の音程 (完全5度) 701.955セント	完全5度, 14番目 700.000セント	完全5度, 24番目 702.439セント
4:5 の音程 (純正長3度) 386.314セント	長3度, 8番目 400.000セント	純正的長3度, 13番目 380.488セント
4:7 の音程 (自然7度) 968.826セント	縮7度, 19番目 950.000セント	***, 33番目 965.854セント
8:11 の音程 551.318セント	長4度, 11番目 550.000セント	***, 19番目 556.098セント
8:13 の音程 840.528セント	中立6度, 17番目 850.000セント	***, 22番目 848.780セント

倍音との近似

周波数比	31平均律	41平均律
2:3 の音程 (完全5度) 701.955セント	完全5度, 18番目 696.774セント	完全5度, 24番目 702.439セント
4:5 の音程 (純正長3度) 386.314セント	長3度, 10番目 387.097セント	純正的長3度, 13番目 380.488セント
4:7 の音程 (自然7度) 968.826セント	増6度, 25番目 967.742セント	***, 33番目 965.854セント
8:11 の音程 551.318セント	長4度, 14番目 541.935セント	***, 19番目 556.098セント
8:13 の音程 840.528セント	中立6度, 22番目 851.613セント	***, 22番目 848.780セント

Patent ヴァル

31平均律のヴァル

< 31 49 72 87 107 115 |

(例) シントニックコンマ $81/80 \rightarrow | -4 \ 4 \ -1 >$

$$\begin{aligned} < 31 \ 49 \ 72 \ 87 \ 107 \ 115 | -4 \ 4 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 > \\ &= (31 \times (-4)) + (49 \times 4) + (72 \times (-1)) \\ &= -124 + 196 - 72 = 0 \end{aligned}$$

31平均律ではシントニックコンマが緩和される

41平均律のヴァル

< 41 65 95 115 141 151 |

(例) スキスマ $32805/32768 \rightarrow | -15 \ 8 \ 1 >$

< 41 65 95 115 141 151 | -15 8 1 0 0 0 >

$$= (41 \times (-15)) + (65 \times 8) + (95 \times 1)$$

$$= -615 + 520 - 95 = 0$$

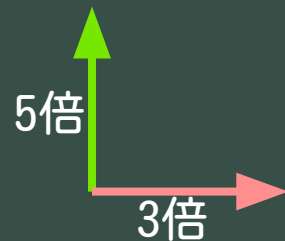
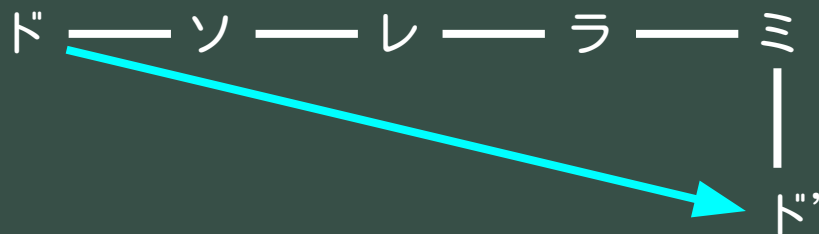
41平均律ではスキスマが緩和される

緩和されるコマ

31平均律が緩和するコンマ

Syntonic comma $81/80$

| -4 4 -1 0 0 0 >



5度圏を4個進んだ音、**長3度が純正長3度**に近似する性質

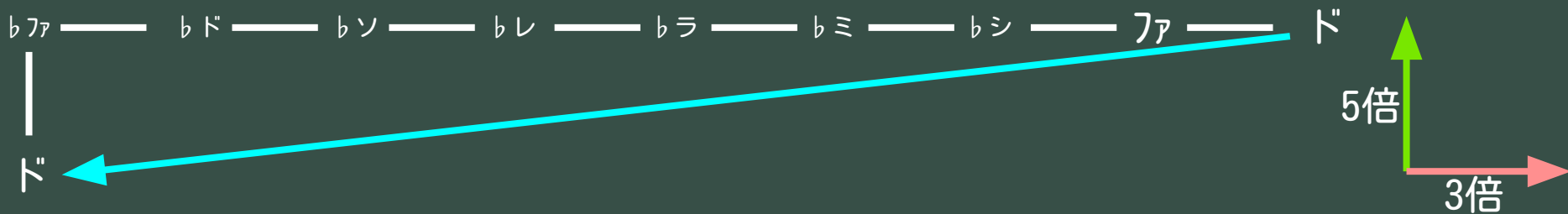
これを緩和する音律は「Meantone」と呼ばれ、
一般的なダイアトニックスケールによる音楽に適する

41平均律や53平均律はこのコンマを緩和できない

41平均律が緩和するコンマ

Schisma 32805/32768

| -15 8 1 0 0 0 >



5度圏を8個戻った音、**減4度**が**純正長3度**に近似する性質

これを緩和する音律は「Schismatic」と呼ばれ、ダイアトニック(クロマティック)スケールを下方に拡張した音楽を演奏できる。

19平均律や31平均律はこのコンマを緩和できない

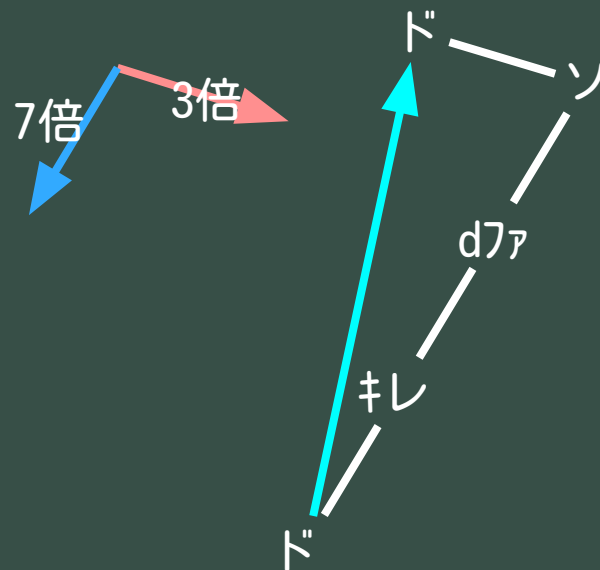


31平均律と41平均律が緩和するコンマ

Gamelisma 225/224
| -10 1 0 3 0 0 >

下方7倍音の単音程転回還元位置8/7が
完全5度を3分割する性質

これを緩和する音律は「Slendric」と呼ばれ、
バリのガムランのような音階を再現できる



31平均律と41平均律が緩和するコンマ

Rastma 243/242

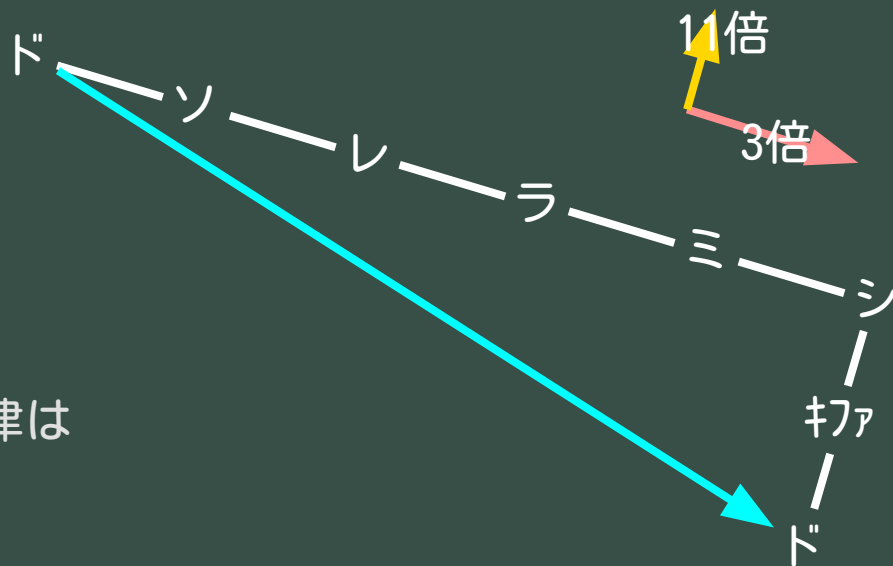
| -1 5 0 0 -2 0 >

長3度と短3度の間に位置する
中立3度が11/9に近似し、
これが完全5度を2等分する性質

中東の音階「マカーム」は潜在的にこのコンマを緩和しており、
マカームの一種「ラースト」(راست)が命名の由来になった

中東の音階との親和性大

Syntonic commaと合わせて緩和する音律は
「Mohaha」と呼ばれる



主要なMOSスケール

MOSスケールの定義

- ① 音階に1つのピリオド、又はその等分割がある
- ② 音程①を下回る幅の1つのジェネレーターによって構築される
- ③ 音階で隣接する音程が広い音程(L)と狭い音程(s)の2種類のみ

- 全音階 7音音階
 - ①オクターブ ②完全5度 ③全音(L)・半音(s)
- ヨナ抜き 5音音階
 - ①オクターブ ②完全5度 ③短3度(L)・全音(s)

31平均律の音階 (diatonic)

5度圏の連続する7音による音階で、

Syntonic commaを緩和する

音階構成	上 下	幅	音階名	旋法名
P1 M2 M3aug4P5 M6 M7	6 0	LLsLLs		Lydian
P1 M2 M3 M4 P5 M6 M7	5 1	LLsLLLs	長音階	Ionian
P1 M2 M3 P4 P5 M6 m7	4 2	LLsLLsL		Mixolydian
P1 M2 m3 P4 P5 M6 m7	3 3	LsLLLsL		Dorian
P1 M2 m3 P4 P5 m6 m7	2 4	LsLLsLL	短音階	Aeolian
P1 m2 m3 P4 P5 m6 m7	1 5	sLLLsLL		Phrygian
P1 m2 m3 P4dim5m6 m7	0 6	sLLsLLL		Locrian

41平均律の音階 (diatonic)

5度圏の連続する7音による音階で、

Syntonic commaを緩和しない

音階構成	上 下	幅	音階名	旋法名
P1 M2 M3aug4P5 M6 M7	6 0	LLsLLs		Lydian
P1 M2 M3 M4 P5 M6 M7	5 1	LLsLLLs	長音階	Ionian
P1 M2 M3 P4 P5 M6 m7	4 2	LLsLLsL		Mixolydian
P1 M2 m3 P4 P5 M6 m7	3 3	LsLLLsL		Dorian
P1 M2 m3 P4 P5 m6 m7	2 4	LsLLsLL	短音階	Aeolian
P1 m2 m3 P4 P5 m6 m7	1 5	sLLLsLL		Phrygian
P1 m2 m3 P4dim5m6 m7	0 6	sLLsLLL		Locrian

クラシック・ペントトニック

5度圏の連続する5音による音階で、
東アジアでよく見られるペントトニックスケール



音階構成	上 下	幅	音階名	旋法名
P1 M2 M3 P5 M6	4 0	ssLsL	Major Pentatonic	宮 (Gōng)
P1 M2 M4 P5 M6	3 1	sLssL		徵 (Zhǐ)
P1 M2 P4 P5 m7	2 2	sLsLs		商 (Shāng)
P1 m3 P4 P5 m7	1 3	LssLs	minor Pentatonic	羽 (Yǔ)
P1 m3 P4 m6 m7	0 4	LsLss		角 (Jué)

31 & 41 mosh

中立3度圏において連続する7音による音階

旋法名はAndrew Heathwaite氏とCellular Automaton氏が命名しており、両方記載

音階構成	上 下	幅	Andrew	Cellular
P1 M2 n3 M4 P5 M6 n7	6 0	LsLsLss	Dril	Dalmatian
P1 M2 n3 M4 P5 n6 n7	5 1	LsLssLs	Gil	Galatian
P1 M2 n3 P4 P5 n6 n7	4 2	LssLsLs	Kleeth	Cilician
P1 n2 n3 P4 P5 n6 n7	3 3	sLsLsLs	Bish	Bithynian
P1 n2 n3 P4 P5 n6 m7	2 4	sLsLssl	Fish	Pisidian
P1 n2 n3 P4 m5 n6 m7	1 5	sLssLsL	Jwl	Illyrian
P1 n2 m3 P4 m5 n6 m7	0 6	ssLsLsL	Led	Lycian

kleeth旋法・Cilicianスケール

kleeth旋法・Cilicianスケールは、3, 6, 7度が中立音程となっている為
neutral scaleとも呼ばれる(合意された邦訳は無し)

The image displays three musical staves, each representing a different mode of the kleeth/Cilician scale. All staves are in treble clef and show a sequence of eight notes. The notes are: C4 (middle C), D4, E4, F4, G4, A4, B4, and C5. The 'Major' staff shows all notes as natural. The 'minor' staff shows the 3rd, 6th, and 7th notes (E, B, and C) as flattened. The 'neutral' staff shows the 3rd, 6th, and 7th notes (E, B, and C) as natural, but with a small vertical line through the note heads, indicating a neutral or microtonal quality.

Major

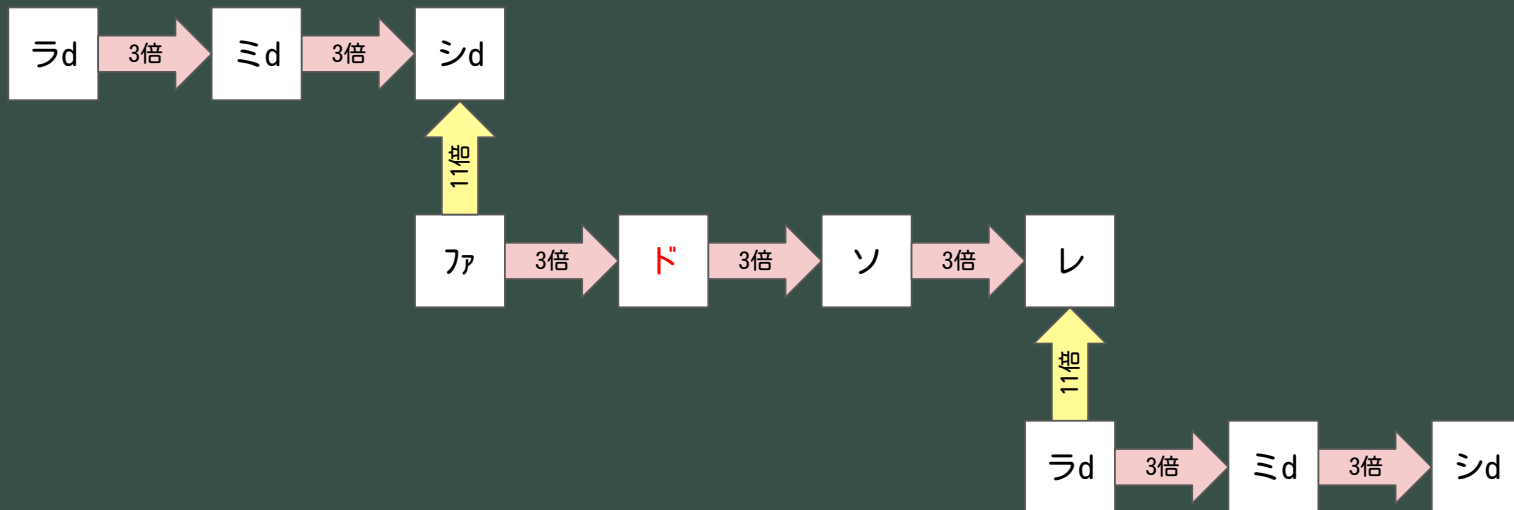
minor

neutral



moshの格子

Rastmaの緩和に意味がある



31平均律と41平均律が緩和するコンマ

Rastma 243/242

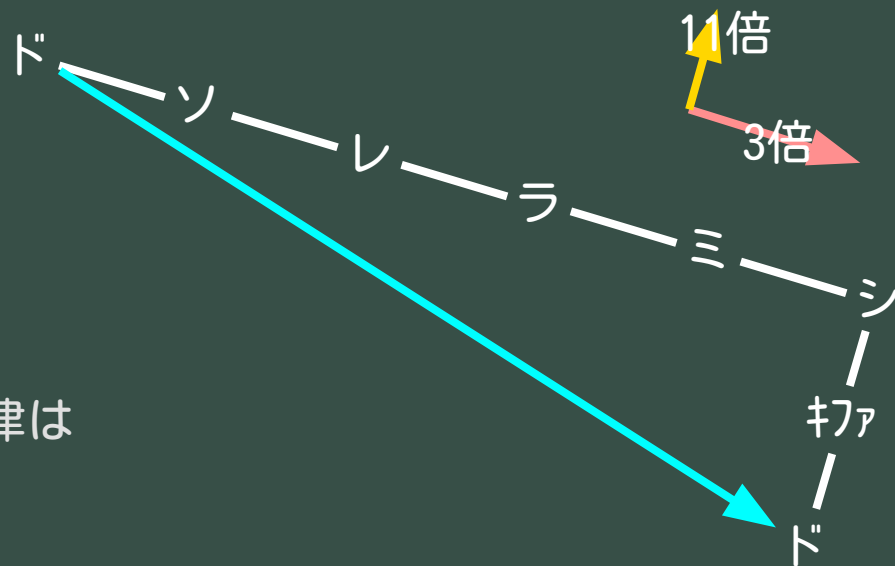
| -1 5 0 0 -2 0 >

長3度と短3度の間に位置する
中立3度が11/9に近似し、
これが完全5度を2等分する性質

中東の音階「マカーム」は潜在的にこのコンマを緩和しており、
マカームの一種「ラースト」(راست)が命名の由来になった

中東の音階との親和性大

Syntonic commaと合わせて緩和する音律は
「Mohaha」と呼ばれる



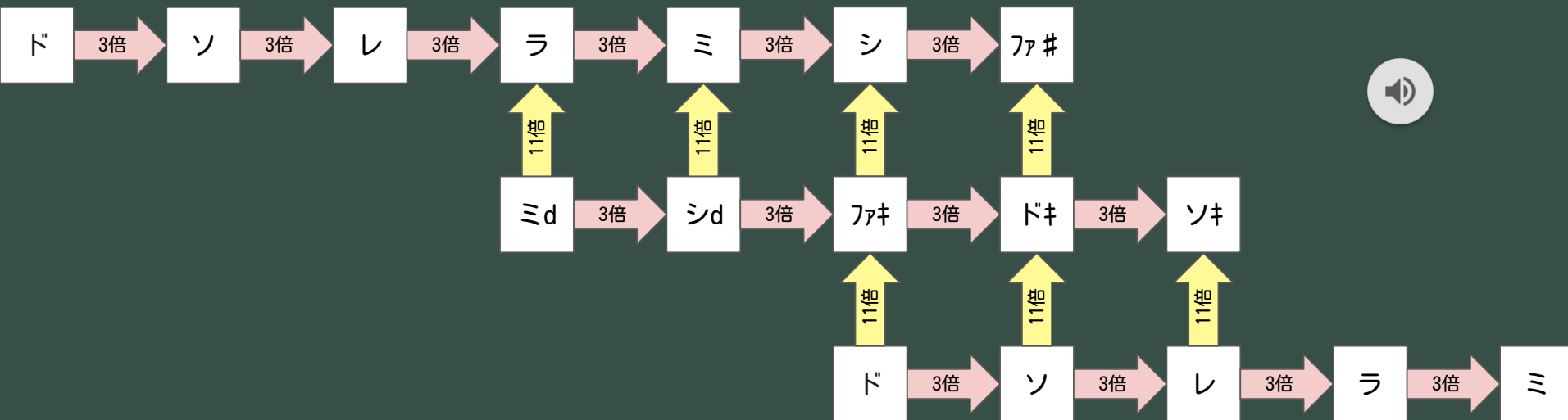
31 & 41 dicoid

中立3度圏で連続する10音による音階で、
二つのペントニックが中立3度差で重なっている

音階構成	上 下	幅	旋法名(暫定)
P1 M1 M2 n3 M3 M4 P5 M5 M6 n7	9 0	sLLsLLsLLL	陽宮 (Yáng Gōng)
P1 M1 M2 n3 M3 M4 P5 n6 M6 n7	8 1	sLLsLLLsLL	陰宮 (Yīn Gōng)
P1 M1 M2 n3 P4 M4 P5 n6 M6 n7	7 2	sLLsLLsLL	陽徵 (Yáng Zhǐ)
P1 n2 M2 n3 P4 M4 P5 n6 M6 n7	6 3	LsLLsLLsLL	陰徵 (Yīn Zhǐ)
P1 n2 M2 n3 P4 M4 P5 n6 m7 n7	5 4	LsLLsLLLsL	陽商 (Yáng Shāng)
P1 n2 M2 n3 P4 m5 P5 n6 m7 n7	4 5	LsLLLsLLsL	陰商 (Yīn Shāng)
P1 n2 m3 n3 P4 m5 P5 n6 m7 n7	3 6	LLsLLsLLsL	陽羽 (Yáng Yǔ)
P1 n2 m3 n3 P4 m5 P5 n6 m7 m8	2 7	LLsLLsLLLs	陰羽 (Yīn Yǔ)
P1 n2 m3 n3 P4 m5 m6 n6 m7 m8	1 8	LLsLLLsLLs	陽角 (Yáng Jué)
P1 n2 m3 m3 P4 m5 m6 n6 m7 m8	0 9	LLLsLLsLLs	陰角 (Yīn Jué)

dicoïdの格子

Rastmaの緩和に意味がある

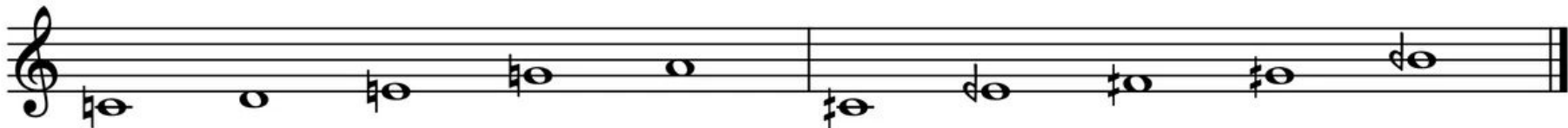


ダブルペントニック

二つのペントニックが重なっているという状態とは
(例)陽宮旋法



一つ飛ばしに音を拾うと、pentonicの形が二つ現れる

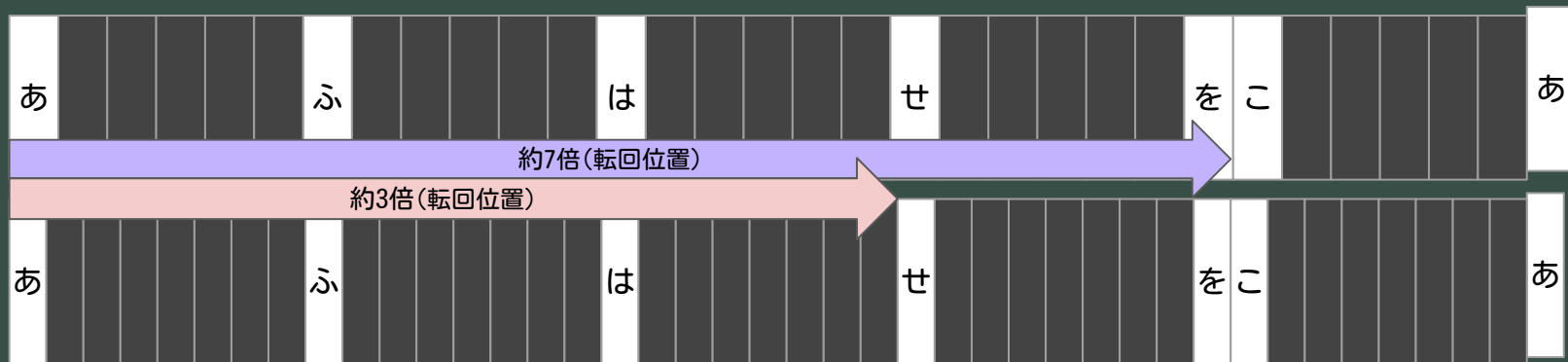


中立3度圏10個の切り抜き→5度圏5個の切り抜き×2

31 & 41 Machinoid

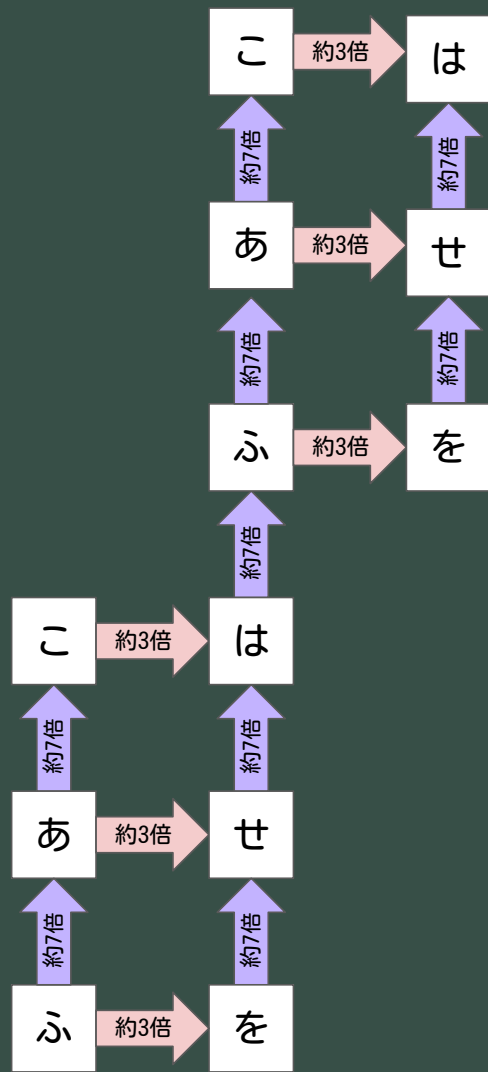
Machinoid (Mothra[6])

OpIenスケール



Machinoid(slendric)の格子

GameIismaの緩和に意味がある

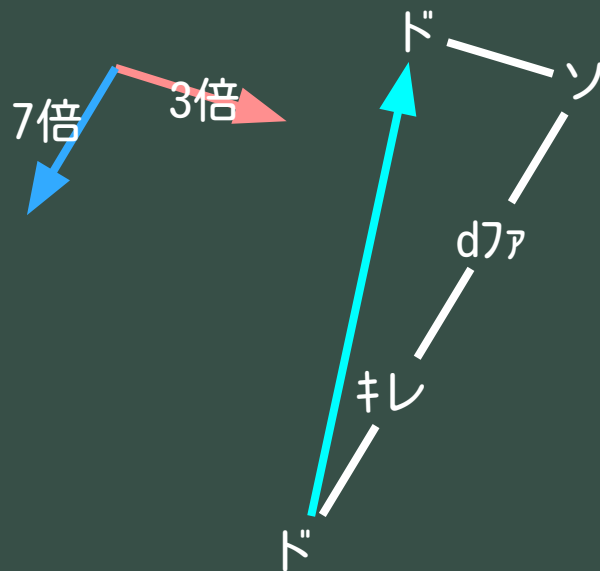


31平均律と41平均律が緩和するコンマ

Gamelisma 225/224
| -10 1 0 3 0 0 >

下方7倍音の単音程転回還元位置8/7が
完全5度を3分割する性質

これを緩和する音律は「Slendric」と呼ばれ、
バリのガムランのような音階を再現できる



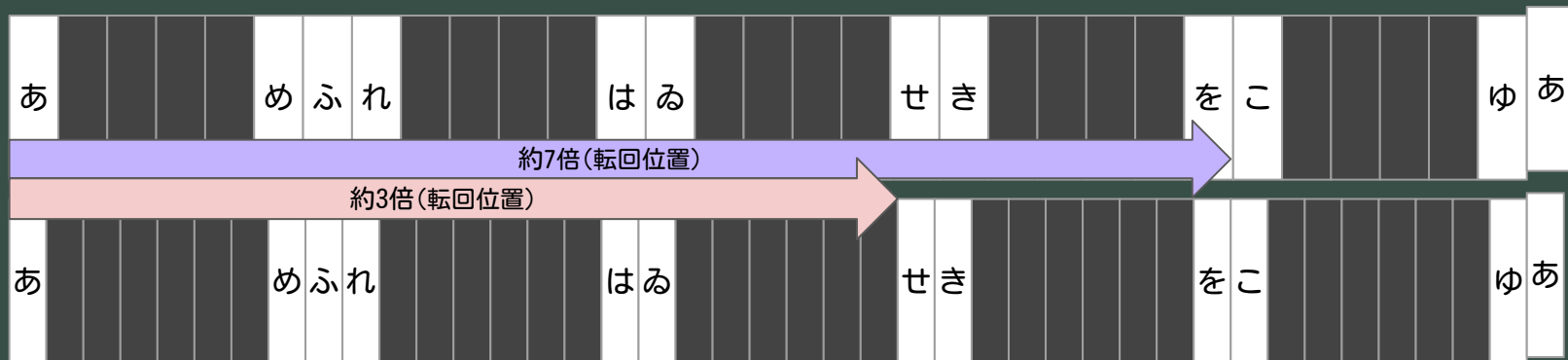
Machino id

UDP \blacklozenge	Cyclic order \blacklozenge	Step pattern \blacklozenge	Mode names
5 0	1	LLLLLs	Erev
4 1	2	LLLLsL	Oplen
3 2	3	LLsLL	Layla
2 3	4	LLsLLL	Shemesh
1 4	5	LsLLLL	Boqer
0 5	6	sLLLLL	Tsohorayim

31 & 41 Slentonic

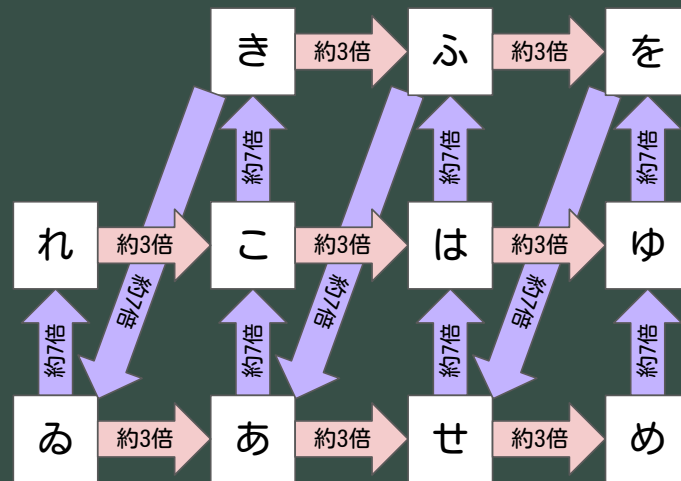
Slentonic (Mothra[11])

Shivaスケール



Slentonicの格子

GameIismaの緩和による。



Slentonic

UDP ↕	Cyclic order ↕	Step pattern ↕	Mode names
10 0	1	LsLsLsLsLss	Manyu
9 1	3	LsLsLsLssLs	Manu
8 2	5	LsLsLssLsLs	Mahmasa
7 3	7	LsLssLsLsLs	Mahan
6 4	9	LssLsLsLsLs	Shiva
5 5	11	sLsLsLsLsLs	Ṛtudhvaja
4 6	2	sLsLsLsLssL	Ugraretas
3 7	4	sLsLsLssLsL	Bhava
2 8	6	sLsLssLsLsL	Kāma
1 9	8	sLssLsLsLsL	Vāmadeva
0 10	10	ssLsLsLsLsL	Dhrtavrata

ありがとうございました。