

# 2進数の計算 パート2.1

ComputerScience集会#11 @VRChat 2023-10-24

夜鍋ヨナ-yonabeyona <<http://x.com/yonabeyona>>

# CS 集会所

# # 11

# 2進数の 足し算引き算 パート2.1

# 自己紹介

- 名前：夜鍋 ヨナ(よなべ よな)
- X(Twitter) : yonabeyona, yonabeyona\_sub
- Discord : yona\_47
- その他
  - ComputerScienceが好き
  - 数学勉強中
  - 物理も勉強中
  - ComputerScienceの中でも、ComputerArchitectureが好き



# 今日やること

- 2進数の引き算(有限桁編)

# 無限桁の2進数の計算

10進数の筆算と同じようにやればOK

前回の動画参照

[【コンピュータ基礎】2進数の四則演算【Part1】](#)

[2進法の計算方法（加減乗除）：数A](#)

Q. これ無限桁で精度も無限の計算ですよ？有限の場合は？

A. 今日やる

# 有限桁の2進数の計算

無限桁の計算と違うところ

- 補数の定義
- 2の補数は?
- 合同式の話(ちょっと高度)
- 負数の補数表現
- 負数を足す  $\iff$  引き算

# 補数の定義

ある数体系 $N$ における $n$ 桁の数 $B$ について、 $N^n - B$ を $N$ に対する補数、あるいは単に $B$ の $N$ の補数という。

ex) 10進数の38の10の補数は?

$$10^2 - 38 = 62$$

補数を求めるだけじゃ微妙なので式変形すると、次式のようになる。

$$38 + 62 = 10^2$$



# 補数の定義

ある数体系 $N$ における $n$ 桁の数 $B$ について、 $N^n - B$ を $N$ に対する補数、あるいは単に $B$ の $N$ の補数という。

ex) 10進数の38の10の補数は?

$$10^2 - 38 = 62$$

補数を求めるだけじゃ微妙なので式変形すると、次式のようになる。

$$38 + 62 = 10^2$$

$$(38 + x = 10^2 \text{となるような } x)$$

補数にしたい $N$ 進数 $x$ 桁の数字に「ある数」を足すと、(それらよりもう1桁大きい) $N^x$ な数になるような数を指してるともいえる。

→10進数なら、「100...000になる」ような数を指す

# 合同式の話(ちょっと高度)

数学ができる人のための小話。

$$10^2 - 38 = 62$$

この数式を100についての法を取ると

$$-38 \equiv 62 \pmod{10^2}$$

となる。

今回の補数はこのアイデアを使っている。

## 2の補数は?

ある数体系Nにおけるn桁の数Bについて、 $N^n - B$ をNに対する補数、あるいは単にBのNの補数という。

→N桁の2進数の数字があったとき、 $2^n$ からその数字を引いた数字のこと。

$(0100)_2 : (4)_{10}$ の補数

$$\begin{aligned} & 2^4 - 0100 \\ &= 10000 - 0100 \\ &= 1100 \end{aligned}$$

10進数	2進数
4	0100
-4	1100

# 負数の補数表現

10進数	符号&絶対値	2の補数
+7	+111	-
+6	+110	-
+5	+101	-
+4	+100	-
+3	+011	011
+2	+010	010
+1	+001	001
0	000	000
-1	-	111
-2	-	110
-3	-	101
-4	-	100

最上位ビット(MSB:MostSignificantBit)が符号ビットに見えなくもない。

0なら正数、1なら負数なのでこれは符号ビット付き3ビット整数

Q. プログラミング言語も負数の内部表現は補数表現なの？

A. 言語の実装による。先頭ビットが符号ビットにしてるのもいるっぽい。深追いしませんでした。

(いくつも実装の仕様書たどるのは苦行)

# 負数を足す $\iff$ 引き算

## 2の補数を用いた減算

2の補数を用いた2進数の減算  $A - B$  は、以下の式で表される。

$$\begin{aligned} A - B &= A + (-B) \\ &= A + (-B) + 0 \\ &= A + (-B) + 2^n - 2^n \\ &= A + (2^n - B) - 2^n \end{aligned}$$

$(2^n - B)$  で補数を求めて、 $-2^n$  で符号の調整をしている。

# 計算の例

Q1.  $(9 - 5)_{10}$ を2進数、4桁で計算せよ

Q2.  $(5 - 9)_{10}$ を2進数、4桁で計算せよ

計算には $A - B = A + (2^n - B) - 2^n$ を用いよ

$$\begin{aligned} A1. \quad 1001 - 0101 &= (1001 + 1011) - 10000 \\ &= 10100 - 10000 \\ &= 0100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A2. \quad 0101 - 1001 &= (0101 + 0111) - 10000 \\ &= 1100 - 10000 \\ &= -0100 \quad (\leftarrow \text{補数に直す}) \\ &= 1100 \end{aligned}$$

# 第11回のまとめ

- 2進数の負数は補数表現
- 最上位ビットは符号ビット
- 正数を引くとは、補数を足すである
- 加算器で引き算もできるので、四則演算は加算器のみで行える

# 次回以降やること

- 全加算器で減算できるようにする
- シフト回路による乗算除算

# 参考文献

電子回路(2)デジタル回路, 中村次男, コロナ社